

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Санкт-Петербургский государственный экономический университет»



УТВЕРЖДАЮ
Проректор по образовательной
деятельности
В.Г. Шубаева
4» мар 20 23 г.

Комплексный анализ

Рабочая программа дисциплины

Направление подготовки/
Специальность 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) программы/
Специализация Прикладная математика и информатика в экономике и управлении

Уровень высшего образования Бакалавриат

Форма обучения очная

Год набора 2023

Составитель(и):
к.физмат.н, Ильин Юрий Анатольевич

Часов по учебному плану	180	Виды контроля в семестрах: Экзамен: семестр 4
в том числе:		
контактная работа	64	
самостоятельная работа	80	
практическая подготовка	0	
часов на контроль	36	

Распределение часов дисциплины:

Семестр:	4
Вид занятий	Часы
Лекционные занятия	36
Практические занятия	28
Лабораторные работы	
Итого аудиторных часов	64
Самостоятельная работа	80
Часы на контроль	36
Итого академических часов	180
Общая трудоемкость в зачетных единицах	5

Санкт-Петербург
2023

СОДЕРЖАНИЕ

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	3
2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ	3
3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ	3
4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ*	3
5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....	4
5.1 Рекомендуемая литература	4
5.2 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в т.ч. отечественного производства	4
5.3 Перечень информационных справочных систем (ИСС) и современных профессиональных баз данных (СПБД).....	5
6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ	5
7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ.....	6
8. ОСОБЕННОСТИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ	7
ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ.....	9
1.1 Контрольные вопросы и задания к промежуточной аттестации	9
1.2 Темы письменных работ.....	10
1.3 Контрольные точки	10
1.4 Другие объекты оценивания	10
1.5 Самостоятельная работа обучающегося	10
1.6 Шкала оценивания результата	10

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель:	Получение необходимых знаний по теории функций комплексной переменной. Это один из самых мощных разделов современной математики, имеющий самые разнообразные инструменты для эффективного решения различных теоретических и прикладных задач.
--------------	---

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина Б1.О Комплексный анализ относится к обязательной части Блока 1.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Код и наименование компетенции выпускника	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-1 - Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.5 - Способен применять в профессиональной деятельности фундаментальные знания комплексного анализа	<p>Знать: что такое комплексный анализ и зачем он нужен</p> <p>Уметь: решать задачи, возникающие в комплексном анализе.</p> <p>Владеть: методами решения задач из комплексного анализа.</p>

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ*

Номер и наименование тем и/или разделов/тем	Содержание дисциплины	Объем дисциплины (академические часы)			
		Контактная работа			СРО
		ЗЛТ	ПЗ	ЛР	
Тема 1. Элементарные функции	1.1. Комплексные числа, геометрическая интерпретация. 1.2. Функция комплексной переменной. Дифференцируемость и аналитичность. 1.3. Элементарные функции: степенные, показательные, логарифмические, тригонометрические и гиперболические.	12	10		30
Тема 2. Интегрирование функций комплексной	2.1. Интеграл от функции комплексной переменной. Теорема и формула Коши, теорема о среднем. 2.2. Принцип максимума и лемма Шварца. 2.3. Равномерная сходимость. Высшие производные	12	10		30

переменной					
Тема 3. Представление аналитических функций рядами	3.1. Ряды Тейлора. Степенные ряды. Теорема единственности. 3.2. Ряды Лорана, особые точки. Теорема о вычетах. Принцип аргумента. 3.3. Аналитическое продолжение.	12	8		20
Контроль:					36
Всего по дисциплине:		36	28	0	80

*ЗЛТ – занятия лекционного типа, ПЗ – все виды занятий семинарского типа, кроме лабораторных работ, ЛР – лабораторные работы, СРО – самостоятельная работа обучающегося

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1 Рекомендуемая литература

Библиографическое описание издания (автор, заглавие, вид, место и год издания, кол. стр.)	Электронные ресурсы
Привалов, И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного : учебник для вузов / И. И. Привалов. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 402 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-14313-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт].	https://urait.ru/bcode/512097
Аксенов, А. П. Теория функций комплексной переменной в 2 ч. Часть 1 : учебник и практикум для вузов / А. П. Аксенов. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 313 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-7417-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт].	https://urait.ru/bcode/512804
Аксенов, А. П. Теория функций комплексной переменной в 2 ч. Часть 2 : учебник и практикум для вузов / А. П. Аксенов. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 333 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-7419-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт].	https://urait.ru/bcode/512805

5.2 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в т.ч. отечественного производства

- 7-Zip
- LibreOffice
- ОС Альт образование 10

5.3 Перечень информационных справочных систем (ИСС) и современных профессиональных баз данных (СПБД)

№	Наименование СПБД/ ИСС
1.	Электронная библиотека Grebennikon.ru – www.grebennikon.ru
2.	Научная электронная библиотека eLIBRARY – www.elibrary.ru
3.	Научная электронная библиотека КиберЛеника – www.cyberleninka.ru
4.	База данных ПОЛПРЕД Справочники – www.polpred.com
5.	База данных OECD Books, Papers & Statistics на платформе OECD iLibrary www.oecd-ilibrary.org
6.	Справочная правовая система КонсультантПлюс (инсталлированный ресурс СПбГЭУ или www.consultant.ru)
7.	Справочная правовая система «ГАРАНТ» (инсталлированный ресурс СПбГЭУ или www.garant.ru)
8.	Информационно-справочная система «Кодекс» (инсталлированный ресурс СПбГЭУ или www.kodeks.ru)
9.	Электронная библиотечная система BOOK.ru - www.book.ru
10.	Электронная библиотечная система ЭБС ЮРАЙТ – www.urait.ru
11.	Электронно-библиотечная система ЗНАНИУМ (ZNANIUM) – www.znanium.com
12.	Электронная библиотека СПбГЭУ– opac.unecon.ru

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ) групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Помещения оснащены оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Наименование учебных аудиторий, перечень	Адрес (местоположение) учебных аудиторий
Ауд. 3039 Учебная аудитория (для проведения занятий лекционного типа и занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых	191023, г. Санкт-Петербург, ул. Канал

работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации), оборудована мультимедийным комплексом. Специализированная мебель и оборудование: Учебная мебель на 30 посадочных мест (столов 15 шт., стульев 30 шт.), рабочее место преподавателя, доска меловая (3-х секционная) 1 шт., стул 2 шт., вешалка стойка 1 шт. Переносной мультимедийный комплект: Ноутбук HP 250 G6 1WY58EA, Мультимедийный проектор LG PF1500G. Наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий: мультимедийные приложения к лекционным курсам и практическим занятиям, интерактивные учебно-наглядные пособия.	Грибоедова, 30/32, литер «А», «Б», «Р»
Ауд. 2020 Компьютерный класс (для проведения практических занятий, курсового проектирования (выполнения курсовых работ) с применением вычислительной техники). Оборудован мультимедийным комплексом. Специализированная мебель и оборудование: Учебная мебель на 25 посадочных мест, рабочее место преподавателя, доска маркерная на колесиках 2 шт., стол 1 шт., стул 6 шт., жалюзи 2 шт., вешалка стойка 2 шт. Компьютер Intel I5-7400/16Gb/1Tb/ видеокарта NVIDIA GeForce GT 710/Монитор DELL S2218H - 25 шт., Шкаф телекоммуникационный настенный ЦМО ШРН-Э-6.650 - 1 шт., Коммутатор ProCurve Switch 2626 - 1 шт., Мультимедийный проектор Optoma x 400 - 1 шт., Экран подпружинен. ручной MW Cinerollo 200x200см (S/N) - 1 шт. Наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий: мультимедийные приложения к лекционным курсам и практическим занятиям, интерактивные учебно-наглядные пособия.	191023, г. Санкт-Петербург, ул. Канал Грибоедова, 30/32, литер «А», «Б», «Р»
Ауд. 2080 Учебная аудитория (для проведения занятий лекционного типа и занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации), оборудована мультимедийным комплексом. Специализированная мебель и оборудование: Учебная мебель на 48 посадочных мест, рабочее место преподавателя, стол - 1 шт., доска маркерная - 1 шт., кафедра - 1 шт., стол - 1 шт., стул - 2 шт., Компьютер Intel i3-2100 2.4 Ghz/500/4/Acer V193 19" - 1 шт., Интерактивный проектор Epson-EB-455Wi - 1 шт. Наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий: мультимедийные приложения к лекционным курсам и практическим занятиям, интерактивные учебно-наглядные пособия.	191023, г. Санкт-Петербург, ул. Канал Грибоедова, 30/32, литер «А», «Б», «Р»

7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Приступая к изучению дисциплины, обучающемуся необходимо ознакомиться со следующими документами:

- учебно-методической документацией;
- локальными нормативными актами, регламентирующими основные вопросы организации и осуществления образовательной

деятельности, в том числе регламентирующие порядок проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся;

– графиком консультаций сотрудников профессорско-преподавательского состава.

Уровень и глубина освоения дисциплины определяются активной и систематической работой обучающихся на лекционных занятиях, занятиях семинарского типа, выполнением самостоятельной работы, в том числе в части выделения наиболее значимых и актуальных проблем для дальнейшего изучения. Особым условием качественного освоения дисциплины является эффективная организация труда, позволяющая распределить учебную нагрузку равномерно в соответствии с графиком учебного процесса.

При подготовке к учебным занятиям обучающимся предоставляется возможность посещения консультаций сотрудников профессорско-преподавательского состава СПбГЭУ согласно расписанию, установленному в графике консультаций.

Аудиторная и внеаудиторная работа обучающихся должна быть направлена на формирование:

- фундаментальных основ мировоззрения обучающихся и естественнонаучного познания;
- базисных знаний, соответствующих направлению подготовки и заявленной профессиональной области, формирующих целевую и профессиональную основу для подготовки кадров;
- профессиональных компетенций ориентированных на удовлетворение потребностей рынка труда;
- индивидуальной траектории посредством освоения уникального набора профессиональных компетенций дополняющих компетентностную модель обучающегося, за счет ориентации на конкретные профессиональные специализированные области знаний, определяемые представителями рынка труда;
- метанавыков обучающихся, таких как: командная работа и лидерство, анализ данных, цифровые навыки, разработка и реализация проектов, межкультурное взаимодействие.

8. ОСОБЕННОСТИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Обучение обучающихся с ограниченными возможностями здоровья при необходимости осуществляется на основе адаптированной рабочей программы с использованием специальных методов обучения и дидактических материалов, составленных с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся (обучающегося).

В целях освоения учебной программы дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья Университет обеспечивает:

- для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по зрению: размещение в доступных для обучающихся, являющихся слепыми или слабовидящими, местах и в адаптированной форме справочной информации о расписании учебных занятий; присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь; выпуск альтернативных форматов методических материалов (крупный шрифт или аудиофайлы);

- для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху: надлежащими звуковыми средствами воспроизведение информации;

- для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата: возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, туалетные комнаты и другие помещения кафедры, а также пребывание в указанных помещениях.

Обучающиеся из числа инвалидов и лиц с ОВЗ обеспечены печатными и (или) электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья. Образование обучающихся с ограниченными возможностями здоровья может быть организовано как совместно с другими обучающимися, так и в отдельных группах или в отдельных организациях.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1.1 Контрольные вопросы и задания к промежуточной аттестации

- 01) Комплексные числа, аксиомы, свойства, правила сложения, умножения, деления. Алгебраическая форма записи. Изображение на плоскости, модуль и аргумент.
- 02) Тригонометрическая форма записи компл. чисел. Интерпретация умножения, деления и возведения в степень. Формула Муавра. Извлечение корня n -ой степени.
- 03) Последовательность комплексных чисел. Определение предела. Теорема о сходимости Re и Im последовательности.
- 04) Т Больцано (о выборе сход-ся подпоследовательности), Т Коши (о фундаментальности).
- 05) Предварительные геометрические понятия: область (открытость и связность), граничная точка и граница области. Порядок связности области. Положительный обход границы.
- 06) Функция комплексной переменной: однозначность и многозначность, однолиственность, обратная функция.
- 07) Определение предела и непрерывности функции (на языке ϵ -дельта и Гейне). Т о непрерывности $\operatorname{Re} f$ и $\operatorname{Im} f$. Следствия о непрерывности $+$, $-$, $*$, $/$, композиции.
- 08) 1ая и 2ая теоремы Вейерштрасса для непрерывных функций.
- 09) Определение дифференцируемости ФКП (функции комплексной переменной). Условия Коши - Римана. Аналитичность. Разные выражения для производной.
- 10) Теоремы о дифференцируемости $+$, $-$, $*$, $/$, и композиции двух дифференцируемых функций.
- 11) Свойства аналитических функций.
- 12) Свойства функций $w = z^n$ и $w = \sqrt[n]{z}$
- 13) Свойства функции $w = e^z$.
- 14) Свойства функции $w = \ln z$.
- 15) Свойства функций $w = \sin z$, $w = \cos z$.
- 16) Интеграл от ФКП, определение, сведение к вещественным криволинейным интегралам. Стандартные свойства интеграла. Лемма об оценке.
- 17) 1ая теорема Коши.
- 18) Определение первообразной. Теорема о первообразных. Формула Ньютона-Лейбница.
- 19) Варианты формулировок 1ой теоремы Коши. Теорема Коши для многосвязной области.
- 20) Формула Коши.
- 21) Теорема о среднем. Принцип максимума.
- 22) Формула Коши для высших производных.
- 23) Т. Морера.
- 24) Неравенства Коши для производных и теорема Лиувилля об ограниченной аналитической функции.
- 25) Основная теорема алгебры.
- 26) Числовые комплексные ряды. Определение сходимости. Необходимый признак сходимости. Признаки сходимости Даламбера и Коши.
- 27) Функциональные ряды: определение сходимости и равномерной сходимости. Признак Вейерштрасса.
- 28) Т2 о непрерывности суммы ряда непрерывных функций.
- 29) Т3 о почленном интегрировании ряда.
- 30) Т4 Вейерштрасса об аналитичности суммы ряда, почленном дифференцировании и интегрировании.

- 31) Степенные ряды. Теорема Абеля.
- 32) Различные следствия из Т Абеля: о почленном дифференцировании степенного ряда, о том, что сходящийся степенной ряд есть аналитическая функция,
- 33) Круг сходимости степенного ряда. Формула для радиуса сходимости.
- 34) Представление аналитических функций рядом Тейлора.
- 35) Теорема о том, что сходящийся степенной ряд есть ряд Тейлора своей суммы.
- 36) Порядок нуля аналитической функции.
- 37) Теорема единственности для аналитических функций.
- 38) Следствия из теоремы единственности.
- 39) Ряд Лорана.

1.2 Темы письменных работ

Рабочей программой дисциплины не предусмотрено.

1.3 Контрольные точки

Номер контрольной точки	Тип контрольной точки	Способ проведения	Номера тем
1	Контрольная работа	письменно	1
2	Контрольная работа	письменно	2,3
3	Текущий контроль	с помощью технических средств и информационных систем	1-3

1.4 Другие объекты оценивания

Рабочей программой дисциплины не предусмотрено.

1.5 Самостоятельная работа обучающегося

Наименования самостоятельной работы	Номера тем
Выполнение домашних заданий	1,2,3
Подготовка к экзамену	1-3

1.6 Шкала оценивания результата

Шкалы оценивания и процедуры оценивания результатов обучения **по дисциплине** регламентируются Положением о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования и Положением о балльно-рейтинговой системе.

Для оценки сформированности результатов обучения по дисциплине используется **балльно-рейтинговая система успеваемости обучающихся**:

Формой итогового контроля по дисциплине является экзамен (или дифференцированный зачет), итоговая оценка формируется в соответствии

со шкалой, приведенной ниже в таблице:

Баллы	Оценка
≤ 54	неудовлетворительно
55-69	удовлетворительно
70-84	хорошо
≥ 85	отлично

Шкала оценивания результата

2 (балл до 54)	Демонстрирует непонимание проблемы. Многие требования, предъявляемые к заданию не выполнены. Демонстрируется первичное восприятие материала. Работа незакончена и /или это плагиат.
3 (балл 55-69)	Демонстрирует частичное понимание проблемы. Большинство требований, предъявляемых, к заданию выполнены. Владение элементами заданного материала. В основном выполненный материал понятен и носит целостный характер.
4 (балл 70-84)	Демонстрирует значительное понимание проблемы обозначенной дисциплиной. Все требования, предъявляемые к заданию выполнены. Содержание выполненных заданий раскрыто и рассмотрено с разных точек зрения.
5 (балл 85-100)	Демонстрирует полное понимание проблемы. Все требования, предъявляемые к заданию выполнены. Продemonстрировано уверенное владение материалом дисциплины. Выполненные задания носят целостных характер, выполнены в полном объеме, структурированы, представлены различные точки зрения, продемонстрирован творческий подход.