

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Санкт-Петербургский государственный экономический университет»



УТВЕРЖДАЮ
Проректор по образовательной
деятельности
В.Г. Шубаева
«24» *ноя* 20 23 г.

Дифференциальные уравнения

Рабочая программа дисциплины

Направление подготовки/ Специальность 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) программы/ Специализация Прикладная математика и информатика в экономике и управлении

Уровень высшего образования Бакалавриат

Форма обучения очная

Год набора 2023

Составитель(и):
к.физмат.н, Ильин Юрий Анатольевич

Часов по учебному плану	144	Виды контроля в семестрах: Экзамен: семестр 3
в том числе:		
контактная работа	64	
самостоятельная работа	44	
практическая подготовка	0	
часов на контроль	36	

Распределение часов дисциплины:

Семестр:	3
Вид занятий	Часы
Лекционные занятия	36
Практические занятия	28
Лабораторные работы	
Итого аудиторных часов	64
Самостоятельная работа	44
Часы на контроль	36
Итого академических часов	144
Общая трудоемкость в зачетных единицах	4

Санкт-Петербург
2023

СОДЕРЖАНИЕ

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	3
2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ	3
3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ	3
4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ*	3
5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....	4
5.1 Рекомендуемая литература	4
5.2 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в т.ч. отечественного производства	5
5.3 Перечень информационных справочных систем (ИСС) и современных профессиональных баз данных (СПБД).....	5
6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ	5
7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ.....	7
8. ОСОБЕННОСТИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ	8
ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ.....	10
1.1 Контрольные вопросы и задания к промежуточной аттестации	10
1.2 Темы письменных работ.....	11
1.3 Контрольные точки	12
1.4 Другие объекты оценивания	12
1.5 Самостоятельная работа обучающегося	12
1.6 Шкала оценивания результата	12

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель:	Освоение необходимых знаний по теории дифференциальных уравнений, одному из основных инструментов современного математического моделирования.
--------------	---

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина Б1.О Дифференциальные уравнения относится к обязательной части Блока 1.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Код и наименование компетенции выпускника	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-1 - Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.4 - Способен применять в профессиональной деятельности фундаментальные знания в области дифференциальных уравнений	<p>Знать: что такое дифференциальные уравнения и зачем они нужны</p> <p>Уметь: решать задачи на дифференциальные уравнения.</p> <p>Владеть: методами решения дифференциальных уравнений разных типов.</p>

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ*

Номер и наименование тем и/или разделов/тем	Содержание дисциплины	Объем дисциплины (академические часы)			
		Контактная работа			СРО
		ЗЛТ	ПЗ	ЛР	
Тема 1. Уравнения 1-го порядка	1.1. Основные понятия и примеры задач, приводящих к дифференциальным уравнениям. Уравнение, разрешенное относительно производной, задача Коши. Модели радиоактивного распада, распространения рекламы (логистическое уравнение), физические модели. Непрерывные и дискретные модели. 1.2. Типы интегрируемых уравнений: с разделяющимися переменными, однородные, квазиоднородные, линейные, Бернулли, Риккати, уравнение в симметричной форме, в полных дифференциалах. Модель спроса и	6	6		14

	предложения.				
Тема 2. Общие теоремы	2.1. Нормальная система дифференциальных уравнений, сведение произвольной системы к нормальной. Начальная задача (задача Коши). Геометрическая интерпретация, интегральная кривая, поле наклонов, ломаные Эйлера. Теорема Пеано. 2.2. Интегральное уравнение, эквивалентное задаче Коши. Условие Липшица. Теорема Пикара существования и единственности. 2.3. Дифференциальные уравнения высших порядков.	6	2		8
Тема 3. Линейные уравнения высших порядков	3.1. Теорема существования и единственности. Линейные однородные уравнения, фундаментальная система решений. Неоднородные уравнения, метод Лагранжа вариации произвольных постоянных. 3.2. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера построения фундаментальной системы решений. Метод неопределенных коэффициентов для неоднородного уравнения.	6	6		6
Тема 4. Линейные системы дифференциальных уравнений	4.1. Теорема существования и единственности. Линейные однородные системы, фундаментальная матрица. Неоднородные системы, метод Лагранжа вариации произвольных постоянных. 4.2. Линейные системы с постоянной матрицей коэффициентов. Метод Эйлера. Экспонента от матрицы как фундаментальная матрица. Методы вычисления экспоненты.	6	6		6
Тема 5. Автономные системы дифференциальных уравнений	5.1. Понятия фазового пространства и траектории. Свойства автономных систем. Типы траекторий. 5.2. Классификация Пуанкаре точек покоя двумерных систем. Линеаризация нелинейной системы. Теорема Пуанкаре.	6	4		5
Тема 6. Элементы теории устойчивости	6.1. Определение устойчивости по Ляпунову. Устойчивость линейных систем. Устойчивость по линейному приближению.	6	4		5
Контроль:					36
Всего по дисциплине:		36	28	0	44

*ЗЛТ – занятия лекционного типа, ПЗ – все виды занятий семинарского типа, кроме лабораторных работ, ЛР – лабораторные работы, СРО – самостоятельная работа обучающегося

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1 Рекомендуемая литература

Библиографическое описание издания (автор, заглавие, вид, место и год издания, кол. стр.)	Электронные ресурсы
Боровских А.В. Дифференциальные уравнения: в 2 ч. Часть 1 : учебник и практикум / А.В. Боровских, А.И. Перов. — 3-е изд., пер. и доп. —	https://urait.ru/book/differen...avneniya-v-2-ch-chast-1-

Электрон. дан. — М.: Издательство Юрайт, 2019. — 327 с.	512338
Боровских А.В. Дифференциальные уравнения: в 2 ч. Часть 2 : учебник и практикум / А.В. Боровских, А.И. Перов. — 3-е изд., пер. и доп. — Электрон. дан.— М. : Издательство Юрайт, 2019. — 274 с.	https://urait.ru/book/differen...avneniya-v-2-ch-chast-2-512988

5.2 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в т.ч. отечественного производства

- 7-Zip
- LibreOffice
- ОС Альт образование 10

5.3 Перечень информационных справочных систем (ИСС) и современных профессиональных баз данных (СПБД)

№	Наименование СПБД/ ИСС
1.	Электронная библиотека Grebennikon.ru – www.grebennikon.ru
2.	Научная электронная библиотека eLIBRARY – www.elibrary.ru
3.	Научная электронная библиотека КиберЛеника – www.cyberleninka.ru
4.	База данных ПОЛПРЕД Справочники – www.polpred.com
5.	База данных OECD Books, Papers & Statistics на платформе OECD iLibrary www.oecd-ilibrary.org
6.	Справочная правовая система КонсультантПлюс (инсталлированный ресурс СПБГЭУ или www.consultant.ru)
7.	Справочная правовая система «ГАРАНТ» (инсталлированный ресурс СПБГЭУ или www.garant.ru)
8.	Информационно-справочная система «Кодекс» (инсталлированный ресурс СПБГЭУ или www.kodeks.ru)
9.	Электронная библиотечная система BOOK.ru - www.book.ru
10.	Электронная библиотечная система ЭБС ЮРАЙТ – www.urait.ru
11.	Электронно-библиотечная система ЗНАНИУМ (ZNANIUM) – www.znanium.com
12.	Электронная библиотека СПБГЭУ – opac.unecon.ru

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ) групповых и

индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Помещения оснащены оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Наименование учебных аудиторий, перечень	Адрес (местоположение) учебных аудиторий
<p>Ауд. 2032 Компьютерный класс (для проведения практических занятий, курсового проектирования (выполнения курсовых работ) с применением вычислительной техники). Оборудован мультимедийным комплексом. Специализированная мебель и оборудование: Учебная мебель на 25 посадочных мест, рабочее место преподавателя (стол 1шт., кресло 1шт.), доска маркерная на колесиках 1 шт., маркерная доска на ножках 1шт., вешалки стойки 1шт., стол 2шт., стульев 4шт., доска объявлений 1шт., жалюзи 2шт., Компьютер Intel I5-7400/16Gb/1Tb/ видеокарта NVIDIA GeForce GT 710/Монитор. DELL S2218H - 25 шт., Интерактивная доска SMARTV 680 - 1 шт., Шкаф телекоммуникационный настенный ЦМО ШРН-Э-6.650 - 1 шт., Коммутатор ProCurve Switch 2626 - 1 шт., Терминальная станция тонкий клиент в составе Sun Ray 2 client - 1 шт., Стойка для интерактивной доски 660x680 - 1 шт. Наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий: мультимедийные приложения к лекционным курсам и практическим занятиям, интерактивные учебно-наглядные пособия.</p>	<p>191023, г. Санкт-Петербург, ул. Канал Грибоедова, 30/32, литер «А», «Б», «Р»</p>
<p>Ауд. 3035 Учебная аудитория (для проведения занятий лекционного типа и занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации), оборудована мультимедийным комплексом. Специализированная мебель и оборудование: Учебная мебель на 128 посадочных мест (парт 32шт. - 4х местные), рабочее место преподавателя, доска меловая (3-х секционная) 2шт., кафедра 1шт., стол компьютерный м/м 1шт., стол 2шт., стул 2шт. Компьютер Intel i3-2100 2.4 Ghz/500/4/Acer V193 19", Проектор NEC NP-P501X в комплекте : кабель VGA-VGA Kramer 15m15m длина 15 м Усилитель распределитель VGA сигнала Kramer VP-222K кабель Greenconnect Jack 3.5 mm/RCA 2 длина 3 м - 1 шт., Микшер-усилитель JDM TA-1120 в комплекте кабель микрофонный Tasker c114 black в бухте 100м. Микрофон BEHRINGER XM8500 Кабель акустический Tasker C121 в бухте 100м. - 1 шт., Экран с электроприводом ScreenMedia Champion 305x229см (SCM-4306) - 1 шт., Акустическая система APart MASK6T цвет белый - 2 шт. Наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий: мультимедийные приложения к лекционным курсам и практическим занятиям, интерактивные учебно-наглядные пособия.</p>	<p>191023, г. Санкт-Петербург, ул. Канал Грибоедова, 30/32, литер «А», «Б», «Р»</p>
<p>Ауд. 2069 Учебная аудитория (для проведения занятий лекционного типа и</p>	<p>191023, г. Санкт-</p>

занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации), оборудована мультимедийным комплексом. Специализированная мебель и оборудование: Учебная мебель на 144 посадочных мест (столов 72 шт., стульев 144 шт.), рабочее место преподавателя, стол 1 шт., доска меловая (3-х секционная) 2 шт., кафедра 1 шт., стол 2 шт., стульев 2 шт. Переносной мультимедийный комплект: Ноутбук HP 250 G6 1WY58EA, Мультимедийный проектор LG PF1500G. Наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий: мультимедийные приложения к лекционным курсам и практическим занятиям, интерактивные учебно-наглядные пособия.	Петербург, ул. Канал Грибоедова, 30/32, литер «А», «Б», «Р»
---	---

7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Приступая к изучению дисциплины, обучающемуся необходимо ознакомиться со следующими документами:

- учебно-методической документацией;
- локальными нормативными актами, регламентирующими основные вопросы организации и осуществления образовательной деятельности, в том числе регламентирующие порядок проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся;
- графиком консультаций сотрудников профессорско-преподавательского состава.

Уровень и глубина освоения дисциплины определяются активной и систематической работой обучающихся на лекционных занятиях, занятиях семинарского типа, выполнением самостоятельной работы, в том числе в части выделения наиболее значимых и актуальных проблем для дальнейшего изучения. Особым условием качественного освоения дисциплины является эффективная организация труда, позволяющая распределить учебную нагрузку равномерно в соответствии с графиком учебного процесса.

При подготовке к учебным занятиям обучающимся предоставляется возможность посещения консультаций сотрудников профессорско-преподавательского состава СПбГЭУ согласно расписанию, установленному в графике консультаций.

Аудиторная и внеаудиторная работа обучающихся должна быть направлена на формирование:

- фундаментальных основ мировоззрения обучающихся и естественнонаучного познания;

- базисных знаний, соответствующих направлению подготовки и заявленной профессиональной области, формирующих целевую и профессиональную основу для подготовки кадров;
- профессиональных компетенций ориентированных на удовлетворение потребностей рынка труда;
- индивидуальной траектории посредством освоения уникального набора профессиональных компетенций дополняющих компетентностную модель обучающегося, за счет ориентации на конкретные профессиональные специализированные области знаний, определяемые представителями рынка труда;
- метанавыков обучающихся, таких как: командная работа и лидерство, анализ данных, цифровые навыки, разработка и реализация проектов, межкультурное взаимодействие.

8. ОСОБЕННОСТИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Обучение обучающихся с ограниченными возможностями здоровья при необходимости осуществляется на основе адаптированной рабочей программы с использованием специальных методов обучения и дидактических материалов, составленных с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся (обучающегося).

В целях освоения учебной программы дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья Университет обеспечивает:

- для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по зрению: размещение в доступных для обучающихся, являющихся слепыми или слабовидящими, местах и в адаптированной форме справочной информации о расписании учебных занятий; присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь; выпуск альтернативных форматов методических материалов (крупный шрифт или аудиофайлы);

- для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху: надлежащими звуковыми средствами воспроизведение информации;

- для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата: возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, туалетные комнаты и другие помещения кафедры, а также пребывание в указанных помещениях.

Обучающиеся из числа инвалидов и лиц с ОВЗ обеспечены печатными и (или) электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья. Образование обучающихся с ограниченными возможностями здоровья может быть организовано как совместно с другими обучающимися, так и в отдельных группах или в отдельных организациях.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1.1 Контрольные вопросы и задания к промежуточной аттестации

- 01 Дифференциальные уравнения 1го порядка. Понятие математической модели. Различные задачи из естествознания, приводящие к дифференциальным уравнениям: задача о первообразной, радиоактивный распад, уравнение эпидемий, распространении рекламы, задача о спросе - предложении.
- 02 Основные определения. Понятие области определения уравнения, определение решения и задачи Коши, интегральная кривая.
- 03 Уравнение с разделяющимися переменными. Формула решений. Существование и единственность решений задачи Коши.
- 04 О замене переменной в дифференциальном уравнении.
- 05 Однородное уравнение. Обобщенно однородное уравнение и другие уравнения, сводящиеся к однородному.
- 06 Линейное уравнение. Метод вариации произвольной постоянной. Формула всех решений и решения задачи Коши. Уравнения Бернулли и Риккати.
- 07 Уравнение в симметричной форме, расширение понятия решения: решения в параметрическом и неявном виде записи. Особые точки уравнения.
- 08 Уравнение в полных дифференциалах. Признак полных дифференциалов, алгоритм нахождения решения (интеграла) уравнения.
- 09 Дифференциальное уравнение порядка n и его сведение к нормальной системе. Определения: нормальной системы, порядка системы, решения, задачи Коши и области определения системы Векторная запись системы.
- 10 Определение поля наклонов и ломаных Эйлера. Приближенное построение интегральных кривых на компьютере, сведение дифференциального уравнения к разностному. Формулировка теоремы Пеано. Метод Ньютона приближенного решения уравнений с помощью рядов.
- 11 Интегральное уравнение, эквивалентное задаче Коши.
- 12 Условие Липшица, связь с непрерывностью и дифференцируемостью, формула конечных приращений.
- 13 Теорема Пикара существования и единственности для систем дифференциальных уравнений с доказательством.
- 14 Переформулировка теоремы Пикара для случая уравнения n -го порядка.

- 15 Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Основные определения и теорема существования и единственности.
- 16 Линейное однородное уравнение. Линейность пространства решений, линейная независимость, теорема о базисе решений (фундаментальной системе решений).
- 17 Линейное неоднородное уравнение, теорема о множестве решений, метод Лагранжа вариации произвольных постоянных.
- 18 Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами, метод Эйлера построения фундаментальной системы решений.
- 19 Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами, метод неопределенных коэффициентов.
- 20 Линейные системы дифференциальных уравнений. Основные определения и теорема существования и единственности.
- 21 Линейная однородная система, линейность пространства решений, понятие линейной независимости, вронскиан, теорема о базисе (фундаментальной системе решений).
- 22 Понятие фундаментальной матрицы, ее свойства, матрица Коши. Формула Лиувилля - Остроградского.
- 23 Линейная неоднородная система, теорема о множестве решений и метод вариации произвольных постоянных. Формула Коши.
- 24 Линейные системы с постоянной матрицей коэффициентов, построение фундаментальной системы решений.
- 25 Понятие экспоненты матрицы, определение, свойства.
- 26 Формула для фундаментальной матрицы через экспоненту.
- 27 Автономные системы дифференциальных уравнений. Определение траектории и фазового пространства. Свойства решений и траекторий.
28. Типы траекторий.
- 29 Линеаризация нелинейных автономных систем. Теорема Пуанкаре для двумерных систем.
- 30 Классификация Пуанкаре точек покоя двумерных линейных систем.
31. Основные понятия устойчивости. Примеры.
32. Устойчивость линейных систем.
- 33, Устойчивость по первому приближению.

1.2 Темы письменных работ

Рабочей программой дисциплины не предусмотрено.

1.3 Контрольные точки

Номер контрольной точки	Тип контрольной точки	Способ проведения	Номера тем
1	Решение задач	письменно	1,2
2	Решение задач	письменно	3-6
3	Текущий контроль	с помощью технических средств и информационных систем	1-6

1.4 Другие объекты оценивания

Рабочей программой дисциплины не предусмотрено.

1.5 Самостоятельная работа обучающегося

Наименования самостоятельной работы	Номера тем
Выполнение домашних заданий	1-6
Подготовка к экзамену	1-6

1.6 Шкала оценивания результата

Шкалы оценивания и процедуры оценивания результатов обучения **по дисциплине** регламентируются Положением о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования и Положением о балльно-рейтинговой системе. Для оценки сформированности результатов обучения по дисциплине используется **балльно-рейтинговая система успеваемости обучающихся**:

Формой итогового контроля по дисциплине является экзамен (или дифференцированный зачет), итоговая оценка формируется в соответствии со шкалой, приведенной ниже в таблице:

Баллы	Оценка
≤ 54	неудовлетворительно
55-69	удовлетворительно
70-84	хорошо
≥ 85	отлично

Шкала оценивания результата

2 (балл до 54)	<p>Демонстрирует непонимание проблемы. Многие требования, предъявляемые к заданию не выполнены.</p> <p>Демонстрируется первичное восприятие материала. Работа незакончена и /или это плагиат.</p>
3 (балл 55-69)	<p>Демонстрирует частичное понимание проблемы. Большинство требований, предъявляемых, к заданию выполнены.</p> <p>Владение элементами заданного материала. В основном выполненный материал понятен и носит целостный характер.</p>
4 (балл 70-84)	<p>Демонстрирует значительное понимание проблемы обозначенной дисциплиной.</p> <p>Все требования, предъявляемые к заданию выполнены.</p> <p>Содержание выполненных заданий раскрыто и рассмотрено с разных точек зрения.</p>
5 (балл 85-100)	<p>Демонстрирует полное понимание проблемы. Все требования, предъявляемые к заданию выполнены.</p> <p>Продemonстрировано уверенное владение материалом дисциплины.</p> <p>Выполненные задания носят целостных характер, выполнены в полном объеме, структурированы, представлены различные точки зрения, продемонстрирован творческий подход.</p>