

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Санкт-Петербургский государственный экономический университет»



УТВЕРЖДАЮ
Проректор по образовательной
деятельности
В.Г. Шубаева
» мал 20 23 г.

Теория графов

Рабочая программа дисциплины

Направление подготовки/
Специальность

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) программы/
Специализация

Прикладная математика и информатика в экономике и управлении

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Форма обучения

очная

Год набора

2023

Составитель(и):

д.техн.н, Фридман Григорий Морищович

Часов по учебному плану	180	Виды контроля в семестрах: Экзамен: семестр 4
в том числе:		
контактная работа	64	
самостоятельная работа	80	
практическая подготовка	0	
часов на контроль	36	

Распределение часов дисциплины:

Семестр:	4
Вид занятий	Часы
Лекционные занятия	36
Практические занятия	28
Лабораторные работы	
Итого аудиторных часов	64
Самостоятельная работа	80
Часы на контроль	36
Итого академических часов	180
Общая трудоемкость в зачетных единицах	5

Санкт-Петербург
2023

СОДЕРЖАНИЕ

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	3
2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ	3
3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ	3
4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ*	3
5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....	4
5.1 Рекомендуемая литература	4
5.2 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в т.ч. отечественного производства	5
5.3 Перечень информационных справочных систем (ИСС) и современных профессиональных баз данных (СПБД).....	5
6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ	5
7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ.....	7
8. ОСОБЕННОСТИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ	8
ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ.....	9
1.1 Контрольные вопросы и задания к промежуточной аттестации	9
1.2 Темы письменных работ.....	9
1.3 Контрольные точки	9
1.4 Другие объекты оценивания	10
1.5 Самостоятельная работа обучающегося	10
1.6 Шкала оценивания результата	10

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель:	Формирование компетенций в области теории графов, а также приобретение умений и навыков решения прикладных и научно-исследовательских задач с помощью методов теории графов.
--------------	--

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина Б1.В Теория графов относится к части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Код и наименование компетенции выпускника	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ПК-3 - Способен строить модели для решения задач в области экономики и управления с использованием современных оптимизационных подходов и инструментальных средств	ПК-3.2 - Владеет современными методами построения математических моделей с использованием оптимизационных подходов	<p>Знать: основные определения, концепции и методы теории графов</p> <p>Уметь: выбирать и использовать методы теории графов в решении прикладных задач, применяя теоретические знания.</p> <p>Владеть: навыками применения аппарата теории графов в профессиональной деятельности.</p>

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ*

Номер и наименование тем и/или разделов/тем	Содержание дисциплины	Объем дисциплины (академические часы)			
		Контактная работа			СРО
		ЗЛТ	ПЗ	ЛР	
Тема 1. Основные понятия и определения теории графов	Задача о кёнигсбергских мостах. Вершины и рёбра. Подграфы. Маршруты, пути и циклы	4	4		10
Тема 2. Связные графы. Деревья	Основные определения. Остовное дерево. Компоненты связности. Разделяющие множества. Двудольные графы. Равносильные определения дерева. Изоморфизм графов.	4	4		10
Тема 3. Некоторые теоремы теории	Теорема Турана. Теорема Рамсея. Задача о свадьбах. Паросочетания. Теорема Холла.	6			10

графов					
Тема 4. Способы задания графов	Задание графа списком его ребер. Задание графа списком списков смежных вершин. Задание графа матрицей смежности. Задание неориентированного графа матрицей инцидентности. Задание ориентированного графа списком дуг. Задание ориентированного графа матрицей инцидентности. Алгоритм проверки связности графа. Алгоритм построения остова графа. Код Прюфера.	4	4		10
Тема 5. Корневые деревья. Двоичные деревья поиска	Корневые деревья - основные определения и свойства. Поиск «в ширину» и поиск «в глубину». Двоичные деревья поиска. Операции с двоичными деревьями поиска. AVL-деревья.	4	6		10
Тема 6. «Жадные» алгоритмы на графах. Алгоритм Прима	Задача поиска остова наименьшего веса. Задача поиска дерева минимальных путей из данной вершины графа. Алгоритм Прима построения остова наименьшего веса графа с нагрузками на его ребрах. Алгоритм Краскала.	6	4		10
Тема 7. Алгоритм Дейкстры и алгоритм Уоршелла–Флойда	Алгоритм Дейкстры вычисления кратчайших расстояний до заданной вершины. Алгоритм Уоршелла–Флойда нахождения длин кратчайших путей между каждой парой вершин связного графа.	4	4		10
Тема 8. Алгебраические свойства матрицы инцидентности ориентированного графа и их следствия	Теорема о матрица инцидентности связного ориентированного графа с n вершинами. Теорема Пуанкаре–Веблена–Александера. Теорема Кирхгофа.	4	2		10
Контроль:					36
Всего по дисциплине:		36	28	0	80

*ЗЛТ – занятия лекционного типа, ПЗ – все виды занятий семинарского типа, кроме лабораторных работ, ЛР – лабораторные работы, СРО – самостоятельная работа обучающегося

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1 Рекомендуемая литература

Библиографическое описание издания (автор, заглавие, вид, место и год издания, кол. стр.)	Электронные ресурсы
Карпов, Д. В. Теория графов : учебное пособие / Д. В. Карпов. — Москва : МЦНМО, 2022. — 555 с. — ISBN 978-5-4439-3690-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система.	https://e.lanbook.com/book/305501
Омельченко, А. В. Теория графов : учебник / А. В. Омельченко. — Москва : МЦНМО, 2021. — 415 с. — ISBN 978-5-4439-3247-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная	https://e.lanbook.com/book/267629

система.	
----------	--

5.2 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в т.ч. отечественного производства

- 7-Zip
- Wolfram Mathematica
- Python
- LibreOffice
- ОС Альт образование 10

5.3 Перечень информационных справочных систем (ИСС) и современных профессиональных баз данных (СПБД)

№	Наименование СПБД/ ИСС
1.	Электронная библиотека Grebennikon.ru – www.grebennikon.ru
2.	Научная электронная библиотека eLIBRARY – www.elibrary.ru
3.	Научная электронная библиотека КиберЛеника – www.cyberleninka.ru
4.	База данных ПОЛПРЕД Справочники – www.polpred.com
5.	База данных OECD Books, Papers & Statistics на платформе OECD iLibrary www.oecd-ilibrary.org
6.	Справочная правовая система КонсультантПлюс (инсталлированный ресурс СПБГЭУ или www.consultant.ru)
7.	Справочная правовая система «ГАРАНТ» (инсталлированный ресурс СПБГЭУ или www.garant.ru)
8.	Информационно-справочная система «Кодекс» (инсталлированный ресурс СПБГЭУ или www.kodeks.ru)
9.	Электронная библиотечная система BOOK.ru - www.book.ru
10.	Электронная библиотечная система ЭБС ЮРАЙТ – www.urait.ru
11.	Электронно-библиотечная система ЗНАНИУМ (ZNANIUM) – www.znanium.com
12.	Электронная библиотека СПБГЭУ – opac.unicon.ru

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ) групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Помещения оснащены оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Наименование учебных аудиторий, перечень	Адрес (местоположение) учебных аудиторий
Ауд. 1062 Учебная аудитория (для проведения занятий лекционного типа и занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации), оборудована мультимедийным комплексом. Специализированная мебель и оборудование: Учебная мебель на 42 посадочных места, рабочее место преподавателя, кафедра - 1 шт., доска маркерная - 1 шт., стол - 1 шт., кафедра - 1 шт., стул изо - 1 шт., Компьютер Intel i3-2100 2.4 Ghz/4Gb/500Gb/Acer V193 19" - 1 шт., Мультимедийный проектор Epson EB-450Wi - 1 шт. Наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий: мультимедийные приложения к лекционным курсам и практическим занятиям, интерактивные учебно-наглядные пособия.	191023, г. Санкт-Петербург, ул. Канал Грибоедова, 30/32, литер «А», «Б», «Р»
Ауд. 2020 Компьютерный класс (для проведения практических занятий, курсового проектирования (выполнения курсовых работ) с применением вычислительной техники). Оборудован мультимедийным комплексом. Специализированная мебель и оборудование: Учебная мебель на 25 посадочных мест, рабочее место преподавателя, доска маркерная на колесиках 2 шт., стол 1шт., стул 6шт., жалюзи 2шт., вешалка стойка 2шт. Компьютер Intel I5-7400/16Gb/1Tb/ видеокарта NVIDIA GeForce GT 710/Монитор DELL S2218H - 25 шт., Шкаф телекоммуникационный настенный ЦМО ШРН-Э-6.650 - 1 шт., Коммутатор ProCurve Switch 2626 - 1 шт., Мультимедийный проектор Optoma x 400 - 1 шт., Экран подпружинен. ручной MW Cinerollo 200x200см (S/N) - 1 шт. Наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий: мультимедийные приложения к лекционным курсам и практическим занятиям, интерактивные учебно-наглядные пособия.	191023, г. Санкт-Петербург, ул. Канал Грибоедова, 30/32, литер «А», «Б», «Р»
Ауд. 2026 Компьютерный класс (для проведения практических занятий, курсового проектирования (выполнения курсовых работ) с применением вычислительной техники). Оборудован мультимедийным комплексом. Специализированная мебель и оборудование: Учебная мебель на 25 посадочных мест, рабочее место преподавателя (стол - 2 шт., кресло - 1 шт.), доска маркерная 3-х секционная - 1 шт., вешалки стойки - 2 шт., стул изо - 9 шт., жалюзи - 2 шт., Компьютер pentium x2 g3250 /8Gb/500gb/ philips 21.5") - 1 шт., Компьютер Intel X2 G3420/8 Gb/500 HDD/PHILIPS 200V4- 23 шт., Ноутбук HP 250 G6 1WY58EA - 2 шт., Мультимедийный проектор Optoma x 400 - 1 шт. Наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий: мультимедийные приложения к лекционным курсам и практическим занятиям,	191023, г. Санкт-Петербург, ул. Канал Грибоедова, 30/32, литер «А», «Б», «Р»

7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Приступая к изучению дисциплины, обучающемуся необходимо ознакомиться со следующими документами:

- учебно-методической документацией;
- локальными нормативными актами, регламентирующими основные вопросы организации и осуществления образовательной деятельности, в том числе регламентирующие порядок проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся;
- графиком консультаций сотрудников профессорско-преподавательского состава.

Уровень и глубина освоения дисциплины определяются активной и систематической работой обучающихся на лекционных занятиях, занятиях семинарского типа, выполнением самостоятельной работы, в том числе в части выделения наиболее значимых и актуальных проблем для дальнейшего изучения. Особым условием качественного освоения дисциплины является эффективная организация труда, позволяющая распределить учебную нагрузку равномерно в соответствии с графиком учебного процесса.

При подготовке к учебным занятиям обучающимся предоставляется возможность посещения консультаций сотрудников профессорско-преподавательского состава СПбГЭУ согласно расписанию, установленному в графике консультаций.

Аудиторная и внеаудиторная работа обучающихся должна быть направлена на формирование:

- фундаментальных основ мировоззрения обучающихся и естественнонаучного познания;
- базисных знаний, соответствующих направлению подготовки и заявленной профессиональной области, формирующих целевую и профессиональную основу для подготовки кадров;
- профессиональных компетенций ориентированных на удовлетворение потребностей рынка труда;
- индивидуальной траектории посредством освоения уникального набора профессиональных компетенций дополняющих компетентностную модель обучающегося, за счет ориентации на конкретные профессиональные специализированные области знаний, определяемые представителями рынка труда;

- метанавыков обучающихся, таких как: командная работа и лидерство, анализ данных, цифровые навыки, разработка и реализация проектов, межкультурное взаимодействие.

8. ОСОБЕННОСТИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Обучение обучающихся с ограниченными возможностями здоровья при необходимости осуществляется на основе адаптированной рабочей программы с использованием специальных методов обучения и дидактических материалов, составленных с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся (обучающегося).

В целях освоения учебной программы дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья Университет обеспечивает:

- для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по зрению: размещение в доступных для обучающихся, являющихся слепыми или слабовидящими, местах и в адаптированной форме справочной информации о расписании учебных занятий; присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь; выпуск альтернативных форматов методических материалов (крупный шрифт или аудиофайлы);

- для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху: надлежащими звуковыми средствами воспроизведение информации;

- для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата: возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, туалетные комнаты и другие помещения кафедры, а также пребывание в указанных помещениях.

Обучающиеся из числа инвалидов и лиц с ОВЗ обеспечены печатными и (или) электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья. Образование обучающихся с ограниченными возможностями здоровья может быть организовано как совместно с другими обучающимися, так и в отдельных группах или в отдельных организациях.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1.1 Контрольные вопросы и задания к промежуточной аттестации

- 1 Определение графа. Пути и циклы. Степень вершины графа. Полные графы и полные двудольные графы.
- 2 Теорема о сумме степеней вершин графа. Теорема о четности числа вершин нечетной степени.
- 3 Решение задачи о «кёнигсбергских мостах». Эйлеровы графы. Необходимое и достаточное условие эйлеровости графа
- 4 Понятие связности графа. Эквивалентность двух определений связного графа.
- 5 Определение дерева. Соотношение между числом вершин и числом ребер дерева.
- 6 Существование остова связного графа.
- 7 Эквивалентные определения дерева.
- 8 Теорема Турана.
- 9 Связность графа, в котором степень каждой вершины не меньше половины числа его вершин.
- 10 Задача «о свадьбах» и теорема Холла. Теорема о выборе системы представителей.
- 11 Задание корневых деревьев. Обходы деревьев.
- 12 Определение и способ задания двоичного дерева поиска.
- 13 Основные алгоритмы на двоичных деревьях поиска.
- 14 Определение AVL-дерева. Оценка числа вершин AVL-дерева данной высоты.
- 15 Способы задания ориентированных и неориентированных графов.
- 16 Код Прюфера дерева. Теорема Кэли о числе помеченных деревьев (формулировка).
- 17 Алгоритмы: проверки связности графа; построения остова графа.
- 18 Понятие «жадного» алгоритма. Примеры задач, решаемых и не решаемых посредством жадных алгоритмов.
- 19 Алгоритм Прима построения минимального остова и доказательство его корректности.
- 20 Отличие задачи поиска дерева минимальных путей от задачи построения минимального остова.
- 21 Алгоритм Дейкстры построения дерева минимальных путей из заданной вершины графа с нагрузками на ребрах.
- 22 Алгоритм Уоршелла-Флойда поиска минимальных расстояний между всеми парами вершин графа и оценка его трудоемкости.
- 23 Лемма о специальной нумерации вершин и ребер графа и алгебраические свойства матрицы инцидентий ориентированного графа
- 24 Циклические векторы. Теорема Пуанкаре-Веблена-Александера и теорема Кирхгофа.

1.2 Темы письменных работ

Рабочей программой дисциплины не предусмотрено.

1.3 Контрольные точки

Номер контрольной точки	Тип контрольной точки	Способ проведения	Номера тем
-------------------------	-----------------------	-------------------	------------

1	Контрольная работа	письменно	1-4
2	Контрольная работа	письменно	5-8
3	Текущий контроль	с помощью технических средств и информационных систем	1-8

1.4 Другие объекты оценивания

Рабочей программой дисциплины не предусмотрено.

1.5 Самостоятельная работа обучающегося

Наименования самостоятельной работы	Номера тем
Выполнение домашних заданий	1-5
Подготовка к лекционным и практическим занятиям	6-8
Подготовка к экзамену	1-8

1.6 Шкала оценивания результата

Шкалы оценивания и процедуры оценивания результатов обучения **по дисциплине** регламентируются Положением о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования и Положением о балльно-рейтинговой системе. Для оценки сформированности результатов обучения по дисциплине используется **балльно-рейтинговая система успеваемости обучающихся**:

Формой итогового контроля по дисциплине является экзамен (или дифференцированный зачет), итоговая оценка формируется в соответствии со шкалой, приведенной ниже в таблице:

Баллы	Оценка
≤ 54	неудовлетворительно
55-69	удовлетворительно
70-84	хорошо
≥ 85	отлично

Шкала оценивания результата

2 (балл до 54)	Демонстрирует непонимание проблемы. Многие требования, предъявляемые к заданию не выполнены. Демонстрируется первичное восприятие материала. Работа незакончена и /или это плагиат.
3 (балл 55-69)	Демонстрирует частичное понимание проблемы. Большинство требований, предъявляемых, к заданию выполнены. Владение элементами заданного материала. В основном выполненный материал

	понятен и носит целостный характер.
4 (балл 70-84)	Демонстрирует значительное понимание проблемы обозначенной дисциплиной. Все требования, предъявляемые к заданию выполнены. Содержание выполненных заданий раскрыто и рассмотрено с разных точек зрения.
5 (балл 85-100)	Демонстрирует полное понимание проблемы. Все требования, предъявляемые к заданию выполнены. Продемонстрировано уверенное владение материалом дисциплины. Выполненные задания носят целостных характер, выполнены в полном объеме, структурированы, представлены различные точки зрения, продемонстрирован творческий подход.