МИНОБРНАУКИ РОССИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Санкт-Петербургский государственный экономический университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной и методической работе
_____/Шубаева В.Г./
«28» августа 2020 г.

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Рабочая программа дисциплины

Направление подготовки	38.03.01 Экономика
Направленность (профиль) программы	Инженерная экономика в отраслях
Уровень высшего образования	бакалавриат
Форма обучения	очная

Составители:
_____/ к.ф.-м.н., доцент Чернэуцану Т.В.
_____/ ст. преподаватель Коростелева О.Н.

Санкт-Петербург
2020

СОДЕРЖАНИЕ

1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ 3

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ 3

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ 3

4. ОБЪЕМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ 4

5. СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ И ТЕМ ДИСЦИПЛИНЫ 4

6. ПЕРЕЧЕНЬ ТЕМ ЗАНЯТИЙ СЕМИНАРСКОГО ТИПА 5

7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 6

7.1. Методические указания для обучающегося по освоению дисциплины 6

7.2. Организация самостоятельной работы 7

8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ 7

9. РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ 8

9.1. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины 8

9.2. Материально-техническое обеспечение учебного процесса **.....9**

10. ОСОБЕННОСТИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ 9

11. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ 10

1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель дисциплины: изложить необходимый математический аппарат и привить студентам навыки его использования при анализе и решении экономических задач.

Задачи:

- обучение методам построения математических моделей экономических ситуаций с дальнейшим их решением аналитически или с применением вычислительной техники и последующим анализом, имеющим целью принятие оптимального решения;
- развитие логического, математического и алгоритмического мышления;
- способствование формированию умений и навыков самостоятельного анализа и исследования профессиональных проблем;
- развитие стремления к научному поиску путей совершенствования своей работы.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина Б1. Б. «Линейная алгебра» относится к базовой части Блока 1, и является обязательной для освоения обучающимся вне зависимости от направленности (профиля) программы.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы представлены в таблице 3.1.

Таблица 3.1 – Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции выпускника	Этапы формирования компетенций	Планируемые результаты обучения/индикаторы достижения компетенций (показатели освоения компетенции)
1	2	3
ОПК-3: Способностью выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы.	Первый уровень (пороговый) (ОПК-3) – 1	Декомпозиция 1 Знать: основные понятия и инструменты линейной алгебры и аналитической геометрии, необходимые для решения экономических задач З1(1) (ОПК-3) Уметь: воспроизводить и объяснять учебный материал с требуемой степенью научной точности и полноты (определения, теоремы, формулы, методы решения задач); решать типовые задачи по линейной алгебре и аналитической геометрии, необходимые для исследования экономико-математических моделей; применять математические методы для анализа, моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении экономических задач; проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы У1(1) (ОПК-3) Владеть: методами построения математических моделей экономических ситуаций с дальнейшим их решением аналитически или с применением вычислительной техники и последующим анализом, имеющим целью принятие оптимального решения В1(1) (ОПК-3)

4. ОБЪЕМ И СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных единиц, 252 часа, из которых 36 часов самостоятельной работы обучающегося отводится на подготовку и защиту экзамена.

Форма промежуточной аттестации: экзамен – 1 семестр.

Распределение фонда времени по темам дисциплины по очной форме обучения представлено в таблице 4.1.

Таблица 4.1 – Распределение фонда времени на одного обучающегося

Номер и наименование тем	Объем дисциплины (ак. часы)			
	Контактная работа			СРО
	ЗЛТ	ПЗ	ЛР	
1	2	3	4	5
Тема 1. Геометрические векторы.	4	4		12
Тема 2. Умножения геометрических векторов.	6	4		12
Тема 3. Метод координат.	6	4		12
Тема 4. Кривые и поверхности второго порядка.	4	4		12
Тема 5. Векторное пространство $\boldsymbol{R^n}$.	4	4		12
Тема 6. Линейные отображения и матрицы.	6	4		12
Тема 7. Определители.	4	4		12
Тема 8. Ранг линейного отображения и ранги матриц.	4	4		12
Тема 9. Обратная матрица.	6	4		12
Тема 10. Системы линейных уравнений.	8	4		12
Тема 11. Собственные векторы и собственные числа матрицы.	4	4		12
Тема 12. Комплексные числа.	4	4		12
Всего за семестр:	**60**	**48**		**144**

*ЗЛТ – занятия лекционного типа, ПЗ – все виды занятий семинарского типа, кроме лабораторных работ, ЛР – лабораторные работы, СРО – самостоятельная работа обучающегося

5. СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ И ТЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Тема 1. Геометрические векторы.

Определение геометрических векторов, линейные операции, линейно зависимые и линейно независимые системы векторов, базисы, координаты вектора, действия с векторами в координатах.

Тема 2. Умножения геометрических векторов.

Скалярное произведение, определение и формула в ортонормированном базисе. Определители второго и третьего порядков. Векторное и смешанное произведение, определение, формулы и геометрические приложения.

Тема 3. Метод координат.

Прямоугольные координаты на плоскости и в пространстве. Преобразование прямоугольных координат. Расстояние между точками, деление отрезка в заданном отношении. Понятие об уравнении линий и поверхностей. Различные формы уравнения прямой на плоскости. Основные задачи на прямую линию на плоскости. Уравнения плоскости. Уравнения прямой в пространстве. Основные задачи на плоскость и прямую в пространстве.

Тема 4. Кривые и поверхности второго порядка.

Общий вид уравнения второго порядка, инварианты. Окружность, эллипс, гипербола, парабола. Определение вида кривой по уравнению. Полярные координаты на плоскости. Представление о поверхностях второго порядка.

Тема 5. Векторное пространство $\boldsymbol{R^n}$.

Определение и свойства линейных операций над $\boldsymbol{n}$-мерными векторами, векторное пространство $\boldsymbol{R^n}$. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Скалярное умножение, неравенство Коши, норма (длина) $\boldsymbol{n}$-мерного вектора. Ортогональность, угол между векторами. Базисы, координаты вектора относительно базиса, размерность. Ортогональные и ортонормированные базисы, процедура ортогонализации. Подпространства и линейные оболочки. Ранг системы векторов. Эквивалентные системы векторов, элементарные преобразования систем векторов.

Тема 6. Линейные отображения и матрицы.

Линейные отображения (преобразования, операторы). Матрицы, связь матриц с линейными отображениями. Алгебра линейных отображений и алгебра матриц. Транспонирование матрицы и его свойства. Симметричные матрицы. Понятие о сопряженном и самосопряженном линейном отображении.

Тема 7. Определители.

Определение и элементарные свойства определителей. Определитель произведения матриц. Разложение определителя по строке (столбцу). Вычисление определителей с помощью элементарных преобразований. Определитель и линейная независимость системы векторов. Геометрический смысл определителя.

Тема 8. Ранг линейного отображения и ранги матриц.

Образ и ядро линейного отображения. Ранг линейного отображения. Ранг матрицы. Ранг матрицы и линейная независимость системы векторов.

Тема 9. Обратная матрица.

Обратимые линейные отображения. Обратная матрица. Признаки существования обратной матрицы. Вычисление обратной матрицы с помощью элементарных преобразований и с помощью союзной (присоединенной) матрицы. Преобразование координат вектора и элементов матрицы при переходе к новому базису. Ортогональные матрицы.

Тема 10. Системы линейных уравнений.

Координатная, векторная и матричная формы записи системы линейных уравнений. Исследование систем линейных уравнений. Теоремы Кронекера-Капелли, Крамера, Фредгольма. Решение систем линейных уравнений методом элементарных преобразований (методом Гаусса). Решение однородных систем линейных уравнений.

Тема 11. Собственные векторы и собственные числа матрицы.

Определение собственных векторов и собственных чисел линейного отображения и квадратной матрицы. Собственные подпространства. Вид матрицы линейного отображения в базисе из собственных векторов. Понятие о характеристическом и минимальном многочлене квадратной матрицы. Квадратичные и билинейные формы. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к сумме квадратов. Основные понятия линейной балансовой модели. Элементы теории неотрицательных матриц.

Тема 12. Комплексные числа.

Алгебраическая и тригонометрическая форма записи. Модуль и аргумент. Экспонента от комплексного числа, формула Эйлера. Основная теорема алгебры. Разложение на множители многочлена с вещественными коэффициентами.

6. ПЕРЕЧЕНЬ ТЕМ ЗАНЯТИЙ СЕМИНАРСКОГО ТИПА

Таблица 6.1 – Практические занятия/ Семинарские занятия / Лабораторные работы

№ темы	Тема занятия	Вид занятия / Оценочное средство
1	2	3
1	1. Геометрические векторы, линейные операции, базисы, координаты вектора	ПЗ/Решение практических задач
2	2. Скалярное произведение. 3. Векторное и смешанное произведения	ПЗ/Решение практических задач
3	4. Метод координат 5. Прямая на плоскости 6. Плоскость и прямая в пространстве	ПЗ/Решение практических задач
4	7. Кривые второго порядка 8. Поверхности второго порядка	ПЗ/Решение практических задач
5	9. n-мерные векторы	ПЗ/Решение практических задач
6	10. Линейные операции с матрицами 11. Умножение матриц	ПЗ/Решение практических задач
7	12. Вычисление определителей	ПЗ/Решение практических задач
8	13. Ранг матрицы	ПЗ/Решение практических задач
9	14. Обратная матрица 15. Матричные уравнения	ПЗ/Решение практических задач
10	16. Системы линейных уравнений. Формулы Крамера. 17. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса. 18. Однородные системы линейных уравнений. 19. Решение неопределенных систем линейных уравнений	ПЗ/Решение практических задач
11	20. Собственные векторы и собственные числа матрицы 21. Знакомство с линейной балансовой моделью 22. Матрицы прямых и косвенных затрат	ПЗ/Решение практических задач
12	23. Действия с комплексными числами 24. Извлечение корней из комплексных чисел.	ПЗ/Решение практических задач

* ПЗ – практические занятия, СЗ – семинарские занятия, ЛР – лабораторные работы

7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

7.1. Методические указания для обучающегося по освоению дисциплины

Для формирования четкого представления об объеме и характере знаний и умений, которыми надо будет овладеть по дисциплине в самом начале учебного курса обучающийся должен ознакомиться с учебно-методической документацией:

- рабочей программой дисциплины: с целями и задачами дисциплины, ее связями с другими дисциплинами образовательной программы, перечнем знаний и умений, которыми в процессе освоения дисциплины должен владеть обучающийся,
- порядком проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации;
- графиком консультаций преподавателей кафедры.

Систематическое выполнение учебной работы на занятиях лекционных и семинарских типов, а также выполнение самостоятельной работы позволит успешно освоить дисциплину.

В процессе освоения дисциплины обучающимся следует:

- слушать, конспектировать излагаемый преподавателем материал;

- ставить, обсуждать актуальные проблемы курса, быть активным на занятиях;
- задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений;
- выполнять задания практических занятий полностью и установленные сроки.

При затруднениях в восприятии материала следует обратиться к основным литературным источникам. Если разобраться в материале не удалось, то обратится к лектору (по графику его консультаций) или к преподавателю на занятиях семинарского типа.

Обучающимся, пропустившим занятия (независимо от причин), не имеющим письменного решения задач или не подготовившимся к данному занятию, рекомендуется не позже чем в 2 - недельный срок явиться на консультацию к преподавателю и отчитаться по теме.

7.2. Организация самостоятельной работы

Под самостоятельной работой обучающихся понимается планируемая работа обучающихся, направленная на формирование указанных компетенций, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, без его непосредственного участия.

Методическое обеспечение самостоятельной работы при наличии обучающихся лиц с ограниченными возможностями представляется в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

Виды самостоятельной работы по дисциплине представлены в таблице 7.2.1.

Таблица 7.2.1 – Организация самостоятельной работы обучающегося

№ темы	Вид самостоятельной работы
1	2
1-4	Изучение теоретических вопросов курса, подготовка к практическим занятиям, подготовка к тестированию (контрольная работам) №1.
5-9	Изучение теоретических вопросов курса, подготовка к практическим занятиям, подготовка к тестированию (контрольным работам) №2.
10-12	Изучение теоретических вопросов курса, подготовка к практическим занятиям, подготовка к тестированию (контрольным работам) №3 Подготовка к экзамену.

Каждый вид СРО, указанный в таблице 7.2.1 обеспечен методическими материалами.

8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В преподавании дисциплины «Линейная алгебра» используются разнообразные образовательные технологии как традиционные, так и с применением активных и интерактивных методов обучения.

Активные и интерактивные методы обучения:

- Мозговой штурм (темы №2, №7, №12);
- Математический бой (темы №3, №5).

Мозговой штурм подразумевает совместное решение обучающимися выданного задания за ограниченное время. Чем больше задач будет решено, тем больше баллов получает вся группа. Учитывается также процент вовлеченности обучающихся.

Математический бой подразумевает работу в командах, которые, соревнуясь между собой, решают задание, выданное преподавателем каждой команде.

9. РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

9.1. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Таблица 9.1.1 – Учебно-методическое обеспечение дисциплины

Библиографическое описание издания (автор, заглавие, вид, место и год издания, кол. стр.)	Основная/ дополнительная литература	Книгообеспеченность	
		Кол-во. экз. в библ. СПбГЭУ	Электронные ресурсы
1. Кремер Н.Ш. Линейная алгебра : учебник и практикум / под ред. Н.Ш. Кремера. — 3-е изд., испр. и доп .— Электрон. дан. — Москва : Издательство Юрайт, 2019 .— 422 с.	Основная	–	ЭБС Юрайт
2. Высшая математика для экономистов : учебник / [Н.Ш.Кремер и др.] ; под ред. Н.Ш.Кремера .— 3-е изд. — Москва : ЮНИТИ. Дана, 2017 .— 479 с. — Имеются другие года издания. — Сведения также доступны по Интернету: ЭБС Знаниум.	Основная	741	ЭБС ZNANIUM
3.Итенберг В.С. Основы линейной алгебры : учебное пособие / В.С.Итенберг, С.Е.Игнатова .— Санкт-Петербург : Изд-во СПбГЭУ, 2017 .— 77 с. — Сведения доступны также по Интернету: opac.unecon.ru .	Основная	205	ЭБ OPAC.UNECON.RU
4. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике : [учебное пособие для втузов] / В.П.Минорский .— Изд. 15-е .— Москва : Изд-во физ.-мат. лит., 2008 .— 336 с. — Имеются другие года издания.	дополнительная	466	–
5. Красс М.С. Математика в экономике. Базовый курс : учебник для бакалавров / М.С. Красс. — 2-е изд., испр. и доп .— Электрон. дан. — Москва : Издательство Юрайт, 2019 .— 470 с.	дополнительная	–	ЭБС Юрайт
6. Потапов А.П. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник и практикум / Потапов А. П. — Электрон. дан. — Москва : Издательство Юрайт, 2019 .— 309	дополнительная	–	ЭБС Юрайт
7. Линейная алгебра : методические указания для подгот. к тестированию (тест N 12; все направления подгот.) / [сост.: Н.Е.Авдушева и др.] .— Санкт-Петербург : Изд-во СПбГУЭФ, 2011 .— 26 с.	дополнительная	614	–
8. Игнатова С.Е. Практикум по аналитической геометрии : учебное пособие / С.Е.Игнатова, В.С.Итенберг .— Санкт-Петербург : Изд-во СПбГЭУ, 2016 .— 110 с. — Сведения доступны также по Интернету: opac.unecon.ru .	дополнительная	402	ЭБ OPAC.UNECON.RU .

Таблица 9.1.2 – Перечень современных профессиональных баз данных (СПБД)

№	Наименование СПБД
1	Электронная библиотека Grebennikon.ru – www.grebennikon.ru
2	Научная электронная библиотека eLIBRARRY – www.elibrary.ru
3	Научная электронная библиотека КиберЛеника – www.cyberleninka.ru
4	База данных ПОЛПРЕД Справочники – www.polpred.com
5	База данных OECD Books, Papers & Statistics на платформе OECD iLibrary – www.oecd-ilibrary.org

Таблица 9.1.3 – Перечень информационных справочных систем (ИСС)

№	Наименование ИСС

1	Справочная правовая система КонсультантПлюс (инсталлированный ресурс СПбГЭУ или www.consultant.ru)
2	Справочная правовая система «ГАРАНТ» (инсталлированный ресурс СПбГЭУ или www.garant.ru)
3	Информационно-справочная система «Кодекс» (инсталлированный ресурс СПбГЭУ или www.kodeks.ru)
4	Электронная библиотечная система BOOK.ru - www.book.ru
5	Электронная библиотечная система ЭБС ЮРАЙТ – www.urait.ru
6	Электронно-библиотечная система ЗНАНИУМ (ZNANIUM) – www.znanium.com
7	Электронная библиотека СПбГЭУ– opac.unecon.ru

9.2. Материально-техническое обеспечение учебного процесса

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Таблица 9.2.1 – Перечень программного обеспечения (ПО)

№ п/п	Наименование ПО
1	Microsoft Windows Professional (КОНТРАКТ № 244/20 «26» июня 2020 г
2	Microsoft Office Professional (КОНТРАКТ № 244/20 «26» июня 2020 г)
3	7-Zip (freeware)

10. ОСОБЕННОСТИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Обучение обучающихся с ограниченными возможностями здоровья при необходимости осуществляется на основе адаптированной рабочей программы с использованием специальных методов обучения и дидактических материалов, составленных с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся (обучающегося).

В целях освоения учебной программы дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья Университет обеспечивает:

– для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по зрению: размещение в доступных для обучающихся, являющихся слепыми или слабовидящими, местах и в адаптированной форме справочной информации о расписании учебных занятий; присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь; выпуск альтернативных форматов методических материалов (крупный шрифт или аудиофайлы);

– для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху: надлежащими звуковыми средствами воспроизведение информации;

– для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата: возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, туалетные комнаты и другие помещения кафедры, а также пребывание в указанных помещениях.

Образование обучающихся с ограниченными возможностями здоровья может быть организовано как совместно с другими обучающимися, так и в отдельных группах или в отдельных организациях.

11. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Фонд оценочных средств для проведения аттестации уровня сформированности компетенций обучающихся по дисциплине оформляется отдельным документом и является приложением к рабочей программе дисциплины (модуля).