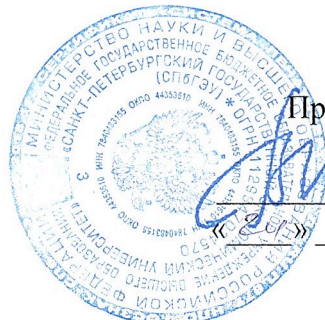


МИНОБРНАУКИ РОССИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования  
«Санкт-Петербургский государственный экономический университет»



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной  
деятельности  
В.Г. Шубаева  
2023 г.

**Математический анализ**

**Рабочая программа дисциплины**

Направление подготовки/ Специальность 38.03.01 Экономика

Направленность (профиль) программы/ Специализация Экономика предпринимательства

Уровень высшего образования Бакалавриат

Форма обучения очная

Год набора 2023

Составитель(и):  
Старший преподаватель, Сорокина Ольга Андреевна

Часов по учебному плану	324	<b>Виды контроля в семестрах:</b>  Экзамен: семестр 1 Экзамен: семестр 2
в том числе:		
контактная работа	144	
самостоятельная работа	108	
практическая подготовка	0	
часов на контроль	72	

**Распределение часов дисциплины:**

Семестр:	1,2
Вид занятий	Часы
Лекционные занятия	74
Практические занятия	70
Лабораторные работы	
<b>Итого аудиторных часов</b>	<b>144</b>
Самостоятельная работа	108
Часы на контроль	72
<b>Итого академических часов</b>	<b>324</b>
<b>Общая трудоемкость в зачетных единицах</b>	<b>9</b>

Санкт-Петербург  
2023

# СОДЕРЖАНИЕ

<b>1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ .....</b>	<b>3</b>
<b>2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ .....</b>	<b>3</b>
<b>3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ .....</b>	<b>3</b>
<b>4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ* .....</b>	<b>4</b>
<b>5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....</b>	<b>6</b>
<b>5.1 Рекомендуемая литература .....</b>	<b>6</b>
<b>5.2 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в     т.ч. отечественного производства .....</b>	<b>6</b>
<b>5.3 Перечень информационных справочных систем (ИСС) и современных     профессиональных баз данных (СПБД).....</b>	<b>7</b>
<b>6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ .....</b>	<b>7</b>
<b>7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ.....</b>	<b>8</b>
<b>8. ОСОБЕННОСТИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ .....</b>	<b>9</b>
<b>ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ.....</b>	<b>11</b>
<b>1.1 Контрольные вопросы и задания к промежуточной аттестации .....</b>	<b>11</b>
<b>1.2 Темы письменных работ.....</b>	<b>17</b>
<b>1.3 Контрольные точки .....</b>	<b>17</b>
<b>1.4 Другие объекты оценивания .....</b>	<b>18</b>
<b>1.5 Самостоятельная работа обучающегося .....</b>	<b>18</b>
<b>1.6 Шкала оценивания результата .....</b>	<b>18</b>

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

<b>Цель:</b>	Изложить необходимый математический аппарат и привить бакалаврам навыки его использования при анализе и решении профессиональных задач.
--------------	---

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина Б1.О Математический анализ относится к обязательной части Блока 1.

## 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Код и наименование компетенции выпускника	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Планируемые результаты обучения по дисциплине
УК-1 - Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 - Осуществляет поиск необходимой информации, опираясь на результаты анализа поставленной задачи	<p>Знать: основные математические понятия, используемые при создании математических моделей социально-экономических процессов.</p> <p>Уметь: применять методы математического моделирования для анализа социально-экономических процессов.</p> <p>Владеть: математическими инструментами, применяемыми для анализа социально-экономических задач.</p>
ОПК-1 - Способен применять знания (на промежуточном уровне) экономической теории при решении прикладных задач;	ОПК-1.1 - Применяет математический аппарат для решения типовых экономических задач	<p>Знать: основные понятия и инструменты математического анализа, необходимые для решения экономических задач. Воспроизводить и объяснять учебный материал с требуемой степенью научной точности и полноты (определения, теоремы, формулы, методы решения задач).</p> <p>Уметь: решать типовые задачи по математическому анализу, необходимые для исследования экономико-математических моделей; применять математические методы для анализа, моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении экономических задач; проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы.</p> <p>Владеть: навыками построения и исследования функциональных зависимостей, возникающих при изучении различных экономических систем.</p>

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ\*

Номер и наименование тем и/или разделов/тем	Содержание дисциплины	Объем дисциплины (академические часы)			
		Контактная работа			СРО
		ЗЛТ	ПЗ	ЛР	
Тема 1. Числовые последовательности.	Множества и операции над множествами. Определение и свойства числовой последовательности. Арифметические операции над последовательностями. Предел числовой последовательности. Сходящаяся последовательность. Свойства пределов. Теорема о сходимости монотонной ограниченной последовательности. Бесконечно малая и бесконечно большая числовая последовательность. Свойства пределов, связанные с арифметическими операциями над последовательностями. Число $e$ .	4	4		10
Тема 2. Предел функции одной переменной.	Основные понятия, связанные с функциями. Основные элементарные функции. Арифметические операции над функциями. Сложная функция. Элементарные функции. Определения предела функции в точке и на бесконечности. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Односторонние пределы. Свойства пределов функции. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших. Свойства пределов, связанные с арифметическими операциями над функциями. Замечательные пределы.	4	4		10
Тема 3. Непрерывные функции.	Непрерывность функции в точке. Точки разрыва функции. Свойства функций, непрерывных в точке. Свойства функций, непрерывных на отрезке.	6	4		10
Тема 4. Производная функции в точке.	Определение производной функции в точке. Геометрический и механический смысл производной. Производная в экономике. Правила вычисления производных, связанные с арифметическими действиями над функциями. Производная сложной и обратной функций. Таблица производных. Производные высших порядков. Логарифмическая производная.	6	4		10
Тема 5. Дифференцируемые функции одной переменной.	Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала. Необходимое условие дифференцируемости функции в точке. Связь дифференцируемости и существования конечной производной. Приближенные вычисления при помощи дифференциала.	6	4		10
Тема 6. Основные теоремы о дифференцируемых функциях одной переменной.	Теорема Ферма, теорема Ролля, теорема Лагранжа, теорема Коши, правило Лопиталя. Формулы Тейлора и Маклорена для $n$ раз дифференцируемых функций. Формулы Маклорена для элементарных функций. Приближенные вычисления с помощью формул Тейлора, оценка точности.	6	4		10
Тема 7. Монотонность и экстремумы	Монотонные функции. Признаки монотонности. Точки стационарности. Локальные экстремумы функции одной переменной. Признаки существования локального экстремума.	4	4		20

функции одной переменной.	Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.				
Тема 8. Выпуклые функции одной переменной.	Определение и признаки выпуклости дифференцируемой функции. Точки перегиба графика функции. Асимптоты графика функции. Исследование функции и построение графика.	4	6		4
Тема 9. Интегрирование функции одной переменной.	Первообразная функция и ее свойства. Неопределенный интеграл. Таблица неопределенных интегралов. Основные методы вычисления неопределенного интеграла. Определенный интеграл. Свойства определенного интеграла. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Основные методы вычисления определенного интеграла. Несобственные интегралы. Применение определенных интегралов.	4	6		4
Тема 10. Предел и непрерывность функций нескольких переменных.	Определение функции $n$ переменных. График и линии уровня функции двух переменных. Предел функции $n$ переменных. Непрерывность в точке и непрерывность на множестве. Свойства непрерывных функций нескольких переменных.	4	6		4
Тема 11. Дифференцирование функций нескольких переменных.	Частные производные функции $n$ переменных. Вычисление частных производных. Дифференцируемость функций $n$ переменных. Полный дифференциал, его геометрический смысл. Приближенные вычисления с помощью полного дифференциала. Условия дифференцируемости функции $n$ переменных. Частная производная сложной функции. Частные производные высших порядков, свойство смешанных производных. Производная функции по направлению. Градиент функции и его свойства.	4	6		4
Тема 12. Выпуклость и локальные экстремумы функций нескольких переменных.	Локальные экстремумы функции нескольких переменных. Условия существования локального экстремума. Понятие об условном экстремуме и методе множителей Лагранжа. Задача нахождения наибольшего и наименьшего значения функции двух переменных в заданной области.	6	6		4
Тема 13. Дифференциальные уравнения первого порядка.	Дифференциальные уравнения, основные понятия. Задача Коши, общее и частное решение дифференциального уравнения первого порядка. Интегрирование основных типов дифференциальных уравнений первого порядка (уравнения с разделяющимися переменными, однородные, линейные, уравнение Бернулли).	8	6		4
Тема 14. Дифференциальные уравнения второго порядка.	Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка. Однородное линейное дифференциальное уравнение, структура его общего решения. Однородное линейное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами. Структура общего решения неоднородного линейного дифференциального уравнения. Нахождение частного решения линейного неоднородного уравнения с	8	6		4

	постоянными коэффициентами для некоторых типов правой части. Понятие о методе вариации произвольных постоянных.				
<b>Контроль:</b>					<b>72</b>
<b>Всего по дисциплине:</b>		<b>74</b>	<b>70</b>	<b>0</b>	<b>108</b>

\*ЗЛТ – занятия лекционного типа, ПЗ – все виды занятий семинарского типа, кроме лабораторных работ, ЛР – лабораторные работы, СРО – самостоятельная работа обучающегося

## 5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 5.1 Рекомендуемая литература

Библиографическое описание издания (автор, заглавие, вид, место и год издания, кол. стр.)	Электронные ресурсы
Высшая математика для экономистов : учебник / [Н.Ш.Кремер и др.] ; под ред. Н.Ш.Кремера .— 3-е изд. — Москва : ЮНИТИ. Дана, 2014 .— 479 с. — Имеются другие года издания. — Сведения также доступны по Интернету: ЭБС Знаниум.	<a href="https://znanium.com/catalog/document?pid=1028709">https://znanium.com/catalog/document?pid=1028709</a>
Красс М.С. Математика в экономике. Базовый курс : Учебник для бакалавров / Красс М. С. — 2-е изд., испр. и доп. — Электрон. дан. — Москва : Издательство Юрайт, 2022 .— 470 с.	<a href="https://urait.ru/bcode/507471">https://urait.ru/bcode/507471</a>
Баврин И.И. Математический анализ : Учебник и практикум / Баврин И. И. — 2-е изд., испр. и доп. — Электрон. дан. — Москва : Издательство Юрайт, 2022 .— 327 с.	<a href="https://urait.ru/bcode/507814">https://urait.ru/bcode/507814</a>
Сборник тестовых заданий по математическому анализу / [авт.-сост.: Г.В.Савинов и др.] .— Санкт-Петербург : Изд-во СПбГЭУ, 2017 .— 59 с. — Сведения доступны также по Интернету: opac.unicon.ru .	<a href="https://opac.unicon.ru/elibrar...B4%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D0%B9.pdf">https://opac.unicon.ru/elibrar...B4%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D0%B9.pdf</a>

### 5.2 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в т.ч. отечественного производства

- 7-Zip
- LibreOffice
- ОС Альт образование 10

### 5.3 Перечень информационных справочных систем (ИСС) и современных профессиональных баз данных (СПБД)

№	Наименование СПБД/ ИСС
1.	Электронная библиотека Grebennikon.ru – <a href="http://www.grebennikon.ru">www.grebennikon.ru</a>
2.	Научная электронная библиотека eLIBRARY – <a href="http://www.elibrary.ru">www.elibrary.ru</a>
3.	Научная электронная библиотека КиберЛеника – <a href="http://www.cyberleninka.ru">www.cyberleninka.ru</a>
4.	База данных ПОЛПРЕД Справочники – <a href="http://www.polpred.com">www.polpred.com</a>
5.	База данных OECD Books, Papers & Statistics на платформе OECD iLibrary <a href="http://www.oecd-ilibrary.org">www.oecd-ilibrary.org</a>
6.	Справочная правовая система КонсультантПлюс (инсталлированный ресурс СПБГЭУ или <a href="http://www.consultant.ru">www.consultant.ru</a> )
7.	Справочная правовая система «ГАРАНТ» (инсталлированный ресурс СПБГЭУ или <a href="http://www.garant.ru">www.garant.ru</a> )
8.	Информационно-справочная система «Кодекс» (инсталлированный ресурс СПБГЭУ или <a href="http://www.kodeks.ru">www.kodeks.ru</a> )
9.	Электронная библиотечная система BOOK.ru - <a href="http://www.book.ru">www.book.ru</a>
10.	Электронная библиотечная система ЭБС ЮРАЙТ – <a href="http://www.urait.ru">www.urait.ru</a>
11.	Электронно-библиотечная система ЗНАНИУМ (ZNANIUM) – <a href="http://www.znanium.com">www.znanium.com</a>
12.	Электронная библиотека СПБГЭУ– <a href="http://opac.unecon.ru">opac.unecon.ru</a>

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ) групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Помещения оснащены оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Наименование учебных аудиторий, перечень	Адрес (местоположение) учебных аудиторий
Ауд. 2021 Лаборатория "Лабораторный комплекс" Специализированная мебель и оборудование: Учебная мебель на 22 посадочных места (22 компьютерных	191023, г. Санкт-Петербург, ул. Канал

стола, черных кресел 22шт.) Учебная мебель на 42 посадочных мест (парт 21 шт.,) рабочее место преподавателя (компьютерный стол 1шт.)доска, меловая 3-х секционная 1шт., доска маркерная на колесиках 1 шт., часы 1 шт., кафедра 1шт., стол 1шт., тумбочка 1шт., стул из 4шт., вешалка стойка 2шт., жалюзи 3шт. Компьютер i5-8400/8GB/500GB_SSD/Viewsonic VA2410-mh - 23 шт., Установка демонстрационных учебных фильмов - 1 шт., Компьютер в комплектации системный блок Intel pentium x2 g3250 клавиатура+мышь L (жесткий диск500gb,монитор philips 21.5') - 1 шт. Наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий: мультимедийные приложения к лекционным курсам и практическим занятиям, интерактивные учебно-наглядные пособия.	Грибоедова, 30/32, литер «А», «Б», «Р»
Ауд. 0005 Компьютерный класс (для проведения практических занятий, курсового проектирования (выполнения курсовых работ) с применением вычислительной техники). Оборудован мультимедийным комплексом.Специализированная мебель и оборудование: Учебная мебель на 25 посадочных мест, рабочее место преподавателя, стол - 1 шт., доска маркерная на колесиках - 1 шт., вешалка стойка - 2 шт., жалюзи - 2 шт., Компьютер Intel i5 4460/1Tб/8Гб/Samsung s23e200 - 10 шт., Компьютер Intel i5 7400/1Tб/8Gb/Philips 243V5Q 23' - 12 шт., Мультимедийный проектор Тип 1 Optoma х 400 - 1 шт., Экран с электроприводом ScreenMedia Champion 244x183см (SCM-4304) - 1 шт., Ноутбук HP 250 G6 1WY58EA - 3 шт. Наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий: мультимедийные приложения к лекционным курсам и практическим занятиям, интерактивные учебно-наглядные пособия.	191023, г. Санкт-Петербург, ул. Канал Грибоедова, 30/32, литер «А», «Б», «Р»
Ауд. 2034 Компьютерный класс (для проведения практических занятий, курсового проектирования (выполнения курсовых работ) с применением вычислительной техники). Оборудован мультимедийным комплексом.Специализированная мебель и оборудование: Учебная мебель на 25 посадочных мест, рабочее место преподавателя (стол 1шт., кресло 1шт.), доска маркерная 1 шт., вешалки стойки 2шт., стульев 3шт.Компьютер I5-7400/8Gb/1Tb/DELL S2218H - 21 шт., Сетевой коммутатор Cisco WS-C2960-48TT-L (Catalyst2960) 48портов 10/100Мбит/с+2п - 1 шт., Коммутатор Cisco Catalyst 2960 24 WS-C2960-24PC-L - 1 шт. Наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий: мультимедийные приложения к лекционным курсам и практическим занятиям, интерактивные учебно-наглядные пособия.	191023, г. Санкт-Петербург, ул. Канал Грибоедова, 30/32, литер «А», «Б», «Р»

## 7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Приступая к изучению дисциплины, обучающемуся необходимо ознакомиться со следующими документами:

- учебно-методической документацией;



– локальными нормативными актами, регламентирующими основные вопросы организации и осуществления образовательной деятельности, в том числе регламентирующие порядок проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся;

– графиком консультаций сотрудников профессорско-преподавательского состава.

Уровень и глубина освоения дисциплины определяются активной и систематической работой обучающихся на лекционных занятиях, занятиях семинарского типа, выполнением самостоятельной работы, в том числе в части выделения наиболее значимых и актуальных проблем для дальнейшего изучения. Особым условием качественного освоения дисциплины является эффективная организация труда, позволяющая распределить учебную нагрузку равномерно в соответствии с графиком учебного процесса.

При подготовке к учебным занятиям обучающимся предоставляется возможность посещения консультаций сотрудников профессорско-преподавательского состава СПбГЭУ согласно расписанию, установленному в графике консультаций.

Аудиторная и внеаудиторная работа обучающихся должна быть направлена на формирование:

- фундаментальных основ мировоззрения обучающихся и естественнонаучного познания;
- базисных знаний, соответствующих направлению подготовки и заявленной профессиональной области, формирующих целевую и профессиональную основу для подготовки кадров;
- профессиональных компетенций ориентированных на удовлетворение потребностей рынка труда;
- индивидуальной траектории посредством освоения уникального набора профессиональных компетенций дополняющих компетентностную модель обучающегося, за счет ориентации на конкретные профессиональные специализированные области знаний, определяемые представителями рынка труда;
- метанавыков обучающихся, таких как: командная работа и лидерство, анализ данных, цифровые навыки, разработка и реализация проектов, межкультурное взаимодействие.

## **8. ОСОБЕННОСТИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ**

Обучение обучающихся с ограниченными возможностями здоровья при необходимости осуществляется на основе адаптированной рабочей программы с использованием специальных методов обучения и

дидактических материалов, составленных с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся (обучающегося).

В целях освоения учебной программы дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья Университет обеспечивает:

– для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по зрению: размещение в доступных для обучающихся, являющихся слепыми или слабовидящими, местах и в адаптированной форме справочной информации о расписании учебных занятий; присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь; выпуск альтернативных форматов методических материалов (крупный шрифт или аудиофайлы);

– для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху: надлежащими звуковыми средствами воспроизведение информации;

– для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата: возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, туалетные комнаты и другие помещения кафедры, а также пребывание в указанных помещениях.

Обучающиеся из числа инвалидов и лиц с ОВЗ обеспечены печатными и (или) электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья. Образование обучающихся с ограниченными возможностями здоровья может быть организовано как совместно с другими обучающимися, так и в отдельных группах или в отдельных организациях.

## **ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

### **1.1 Контрольные вопросы и задания к промежуточной аттестации Вопросы к экзамену за 1 семестр**

1. Множества и операции над множествами.
2. Определение и свойства числовой последовательности. Арифметические операции над последовательностями.
3. Предел числовой последовательности. Сходящаяся последовательность.
4. Свойства пределов последовательностей.
5. Бесконечно малая и бесконечно большая числовая последовательность.
6. Число  $e$ . Задача непрерывного начисления процентов.
7. Функции, основные понятия.
8. Определения предела функции в точке и на бесконечности.
9. Бесконечно малые и бесконечно большие функции.
10. Односторонние пределы.
11. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций.
12. Основные теоремы об эквивалентных бесконечно малых.
13. Основные теоремы о пределах функций.
14. Замечательные пределы.
15. Непрерывность функции в точке.
16. Точки разрыва функции.
17. Свойства функций, непрерывных в точке.
18. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
19. Определение производной функции в точке, геометрический и механический смысл производной.
20. Правила вычисления производных, связанные с арифметическими действиями над функциями.
21. Производная сложной и обратной функций.
22. Таблица производных.
23. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала.
24. Приближенные вычисления с помощью дифференциала.
25. Необходимое условие дифференцируемости функции в точке. Связь дифференцируемости и существования конечной производной.

26. Теоремы Ферма.

27. Теорема Ролля.

28. Теорема Лагранжа.

29. Теорема Коши.

30. Правило Лопиталя.

31. Формулы Тейлора и Маклорена для  $n$  раз дифференцируемых функций. 32. Формулы Маклорена для элементарных функций.

### Примеры типовых заданий решаемых задач:

#### 1 семестр

##### Тема 1. Последовательности.

1. Используя определение предела доказать, что последовательность  $\{x_n\} = \left\{ \frac{n}{n+1} \right\}$  сходится к числу 1 и для  $\varepsilon = 0,1$  найти такой номер  $N$ , что для всех  $n \geq N$  справедливо неравенство  $|x_n - 1| < \varepsilon$ .

2. Найти предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 - 1}{9n^2 + 3n - 1}$ .

##### Тема 2. Предел и непрерывность функций.

3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x-3})$

4.  $\lim_{x \rightarrow 4} \left( \frac{2}{x^2 - 3x - 4} - \frac{3}{x - 4} \right)$

5.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-5}{2x-1} \right)^{x-7}$

6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{(e^{\sqrt{2x}} - 1)(1 - \cos 2x)}{\sqrt{x} \sin x^2} \right)$

7.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x-1}-1}{2x-2}$

8.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 2x - 8}{x - 2}$

9.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x - 8}{5x^2 - 2}$

10. Исследовать на непрерывность функцию  $y = \begin{cases} 5, x < 0 \\ x + 2, 0 \leq x \leq 2 \\ \frac{4}{3-x}, x \geq 2 \end{cases}$

### Тема 3. Дифференцирование функции одной переменной.

11. Вычислить производную функций:

1)  $y = \ln^3 5x + 2^{\sqrt{x-1}}$

2)  $y = (\arctg \sqrt{x} + 2x)^5$

12. Написать уравнение касательной, проведенной к кривой  $y = 5x^3 + 3x - 2$  в точке  $x = 1$ .

13. Найти  $dy$ , если  $y = (2x - 3)^4$  в точке  $x = 1$  при  $\Delta x = 0,2$

### Тема 4. Свойства дифференцируемых функций.

14. Проверить выполнение условий теоремы Ролля для функции  $y = x^3 - 3x^2 + x + 4$  на отрезке  $[0; 1]$ .

15. Вычислить предел функции, используя правило Лопиталя:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x}$ .

16. Разложить  $y = x^3 - 2x^2 + x - 1$  по степеням  $x + 1$ .

17. Функция  $g(y)$  является обратной для функции  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ , заданной на промежутке  $[0; +\infty)$ . Тогда верно утверждение:

A)  $g\left(\frac{1}{2}\right) = 1$ .

Б)  $g'\left(\frac{1}{2}\right) = -2$ .

В) Функция  $g(y)$  определена на промежутке  $[0; +\infty)$ .

18. Дана функция  $y = 2x^2 - 3x + 1$ . Известно, что в точке  $x_0$  при некотором значении  $\Delta x$  приращение функции и дифференциал функции равны соответственно  $\Delta y = 1$ ,  $dy = \frac{1}{2}$ . Найти  $x_0$ , если  $\Delta x > 0$ .

### Вопросы к экзамену за 2 семестр

1. Определение монотонной функции. Необходимое и достаточное условие возрастания функции.
2. Определение монотонной функции. Необходимое и достаточное условие убывания функции.
3. Определение локального экстремума функции одной переменной. Необходимое условие локального экстремума функции одной переменной.
4. Определение локального экстремума функции одной переменной. Первое достаточное условие строгого локального экстремума функции одной переменной.
5. Определение локального экстремума функции одной переменной. Второе достаточное условие строгого локального экстремума функции одной переменной.
6. Определение выпуклости и вогнутости функции одной переменной (выпуклость вверх и выпуклость вниз). Достаточное условие выпуклости функции одной переменной.
7. Определение точки перегиба графика функции одной переменной. Необходимое условие перегиба.
8. Определение точки перегиба графика функции одной переменной. Достаточное условие перегиба.
9. Определение вертикальной и наклонной асимптоты.
10. Наибольшее и наименьшее значение функции одной переменной на замкнутом промежутке.
11. Функции нескольких переменных, основные определения.
12. Частные производные (определение, геометрический смысл, правила вычисления).
13. Частные производные высших порядков. Теорема о независимости смешанных производных от порядка дифференцирования.
14. Полный дифференциал функции двух переменных.
15. Определение градиента функции, линии уровня, свойства градиента.
16. Определение локального экстремума функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума функции нескольких переменных.
17. Определение локального экстремума функции нескольких переменных. Достаточное условие экстремума функции нескольких переменных.
18. Условный экстремум функции двух переменных.
19. Наибольшее и наименьшее значение функции нескольких переменных в замкнутой и ограниченной области.

20. Определение первообразной функции. Теоремы о свойствах первообразных функций. Определение неопределенного интеграла.
21. Таблица интегралов.
22. Свойства неопределенного интеграла.
23. Метод замены переменной (метод подстановки) в неопределенных интегралах.
24. Метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле.
25. Определенный интеграл (определение, геометрический смысл).
26. Свойства определенного интеграла.
27. Формула Ньютона-Лейбница.
28. Метод замены переменной (метод подстановки) в определенных интегралах.
29. Метод интегрирования по частям в определенном интеграле.
30. Определение несобственного интеграла первого рода (по бесконечному промежутку).
31. Определение несобственного интеграла второго рода (от функций, имеющих разрыв).
32. Дифференциальные уравнения первого порядка. Основные понятия. Задача Коши.
33. Уравнения с разделяющимися переменными.
34. Однородные дифференциальные уравнения.
35. Линейные уравнения первого порядка. Метод Бернулли.
36. Линейные уравнения первого порядка. Метод Лагранжа.
37. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.
38. Однородное линейное дифференциальное уравнение, структура его общего решения.
39. Однородное линейное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами.
40. Структура общего решения неоднородного линейного дифференциального уравнения.
41. Нахождение частного решения линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами для некоторых типов правой части.

### Примеры типовых заданий решаемых задач:

1.  $y = x^3 - 9x^2 + 10$ . Определить интервалы возрастания, убывания, точки экстремума функции; интервалы выпуклости и вогнутости графика функции, точки перегиба.
2. Найти наименьшее и наибольшее значение функции  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$  на отрезке  $[-4; 4]$ .
3. Найти асимптоты графика функции  $y = \frac{2x^2 - 3}{x - 1}$ .
4. Исследовать поведение функции и построить график  $y = \frac{4x}{(x - 2)^2}$ .
5. Найти

$$1) \int x e^{-x} dx$$

$$2) \int x^3 \ln x dx$$

$$3) \int \frac{x-1}{x\sqrt{x+1}} dx$$

$$4) \int \frac{\ln^4 x}{x} dx$$

6. Вычислить

$$1) \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-3x}}$$

$$2) \int_3^8 \frac{x dx}{\sqrt{x+1}}$$

$$3) \int_1^e \ln x dx$$

7. Вычислить площадь фигуры, ограниченной прямой  $y = -3x + 4$  и параболой  $y = x^2 - 3x$ .

$$8. \text{ Определить сходимость } \int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x+1}}.$$

9. Найти градиент функции  $Z$  в точке  $M$ :

$$1) z = \frac{2x^2}{y}, M(-1; \frac{1}{2}).$$

$$2) z = \sqrt{x - y^2}, M(5; 2).$$

10. Дана  $z = \sqrt{5x - xy^2}$ . Найти  $grad z$  в точке  $K(4; -1)$  и производную по направлению к точке  $L(2; -2)$ .

11. Найти  $z''_{xx}, z''_{xy}, z''_{yy}$ , если  $z = y \cos x - e^x y + 3x - 5$



12. Найти экстремум функции  $z = 2x^2 + 2x^2y + y^2 - 4$

13. Найти экстремум функции.  $z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  при условии  $x + y = 2$

14. Найти значение параметра  $a$ , при котором точка  $A(1;0)$  является точкой минимума функции  $f(x; y) = \frac{a}{2}x^2 + xy + y^2 - ax - (3a^2 - 2)y + 5$ .

15. Вычислить определенный интеграл  $\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} x \cdot \sin x dx$ .

16. Найти общее решение уравнения  $\sqrt{y^2 + 1} dx = xy dy$ .

17. Найти частное решение дифференциального уравнения  $y' \operatorname{tg} x = 2y$  при условии, что  $y\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1$ . В ответе указать значение  $y\left(\frac{\pi}{3}\right)$ .

18. Найти общее решение уравнения  $y' = \frac{x + 2y}{x}$ .

## 1.2 Темы письменных работ

Рабочей программой дисциплины не предусмотрено.

## 1.3 Контрольные точки

Номер контрольной точки	Тип контрольной точки	Способ проведения	Номера тем
1	Контрольное тестирование	письменно	1-3
2	Контрольное тестирование	письменно	4-6
3	Текущий контроль	с помощью технических средств и информационных систем	1-6
4	Контрольное тестирование	письменно	7-9
5	Контрольное тестирование	письменно	10-14
6	Текущий контроль	с помощью технических средств и информационных систем	7-14

## 1.4 Другие объекты оценивания

Рабочей программой дисциплины не предусмотрено.

## 1.5 Самостоятельная работа обучающегося

Наименования самостоятельной работы	Номера тем
Подготовка к лекционным и практическим занятиям	1-14
Выполнение домашних заданий	1-14
Подготовка к экзамену	1-14

## 1.6 Шкала оценивания результата

Шкалы оценивания и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине регламентируются Положением о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования и Положением о балльно-рейтинговой системе.

Для оценки сформированности результатов обучения по дисциплине используется **балльно-рейтинговая система успеваемости обучающихся**:

Формой итогового контроля по дисциплине является экзамен (или дифференцированный зачет), итоговая оценка формируется в соответствии со шкалой, приведенной ниже в таблице:

Баллы	Оценка
$\leq 54$	неудовлетворительно
55-69	удовлетворительно
70-84	хорошо
$\geq 85$	отлично

### Шкала оценивания результата

2 (балл до 54)	Демонстрирует непонимание проблемы. Многие требования, предъявляемые к заданию не выполнены. Демонстрируется первичное восприятие материала. Работа незакончена и /или это плагиат.
3 (балл 55-69)	Демонстрирует частичное понимание проблемы. Большинство требований, предъявляемых, к заданию выполнены. Владение элементами заданного материала. В основном выполненный материал понятен и носит целостный характер.
4 (балл 70-84)	Демонстрирует значительное понимание проблемы обозначенной дисциплиной. Все требования, предъявляемые к заданию выполнены. Содержание выполненных заданий раскрыто и рассмотрено с разных точек зрения.
5 (балл 85-100)	Демонстрирует полное понимание проблемы. Все требования, предъявляемые к заданию выполнены. Продemonстрировано уверенное владение материалом дисциплины. Выполненные задания носят целостных характер, выполнены в полном объеме,

	структурированы, представлены различные точки зрения, продемонстрирован творческий подход.
--	--