МИНОБРНАУКИ РОССИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Санкт-Петербургский государственный экономический университет»

|  |  |
| --- | --- |
|  | УТВЕРЖДАЮ  Проректор по образовательной деятельности  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ В.Г. Шубаева  «\_\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_20\_\_\_\_г. |

***Непрерывные математические модели в экономике***

**Рабочая программа дисциплины**

|  |  |
| --- | --- |
| Направление подготовки/ *Специальность* | *01.04.02 Прикладная математика и информатика* |
| Направленность (профиль) программы/  *Специализация* | *Математическое и компьютерное моделирование в экономике и управлении* |
| Уровень высшего образования | *Магистратура* |
| Форма обучения | *очная* |
| Год набора | *2025* |

Составитель*(и)*:

|  |
| --- |
| к.физмат.н, Фролькис Виктор Абрамович |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Часов по учебному плану | 252 | **Виды контроля в семестрах:**   |  | | --- | | Экзамен: семестр 1 | |
| в том числе: |  |
| контактная работа | 48 |
| самостоятельная работа | 168 |
| практическая подготовка | 0 |
| часов на контроль | 36 |

**Распределение часов дисциплины:**

|  |  |
| --- | --- |
| Семестр: | 1 |
| Вид занятий | Часы |
| Лекционные занятия | 20 |
| Практические занятия | 28 |
| Лабораторные работы |  |
| **Итого аудиторных часов** | **48** |
| Самостоятельная работа | 168 |
| Часы на контроль | 36 |
| **Итого академических часов** | **252** |
| **Общая трудоемкость в зачетных единицах** | **7** |

Санкт-Петербург

2025

**СОДЕРЖАНИЕ**

[**1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ** 3](#_Toc83656871)

[**2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ** 3](#_Toc83656872)

[**3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ** 3](#_Toc83656873)

[**4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ\*** 3](#_Toc83656874)

[**5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ** 6](#_Toc83656875)

[**5.1 Рекомендуемая литература** 6](#_Toc83656876)

[**5.2 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в т.ч. отечественного производства** 7](#_Toc83656877)

[**5.3 Перечень информационных справочных систем (ИСС) и современных профессиональных баз данных (СПБД)** 7](#_Toc83656878)

[**6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ** 7](#_Toc83656879)

[**7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ** 8](#_Toc83656880)

[**8. ОСОБЕННОСТИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ** 9](#_Toc83656881)

[**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ** 11](#_Toc83656882)

[**1.1 Контрольные вопросы и задания к промежуточной аттестации** 11](#_Toc83656883)

[**1.2 Темы письменных работ** 13](#_Toc83656884)

[**1.3 Контрольные точки** 13](#_Toc83656885)

[**1.4 Другие объекты оценивания** 13](#_Toc83656886)

[**1.5 Самостоятельная работа обучающегося** 13](#_Toc83656887)

[**1.6 Шкала оценивания результата** 14](#_Toc83656888)

# **1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

|  |  |
| --- | --- |
| **Цель:** | Представить обучающимся арсенал средств математического моделирования задач экономики и управления, возможностей и особенностей их применения в конкретных ситуациях для дальнейшего углубленного анализа проблем, постановки и обоснования задач научной и проектно-технологической деятельности в самостоятельной исследовательской работе; ознакомить основными типами математических моделей; с особенностями экономических измерений; с математическими основами непрерывности; с дифференциальными уравнениями как инструментом моделирования; с вариационным исчислением как инструментом моделирования оптимальных ситуаций; с примерами построения и анализа непрерывных математических моделей. |

# **2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ**

Дисциплина Б1.О Непрерывные математические модели в экономике относится к обязательной части Блока 1.

# **3.** **ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

| **Код и наименование компетенции выпускника** | **Код и наименование индикатора достижения компетенций** | **Планируемые результаты обучения по дисциплине** |
| --- | --- | --- |
| ОПК-3 - Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности | ОПК-3.1 - Разрабатывает непрерывные и дискретные математические модели экономических процессов и систем. | Знать: области применения и методы построения непрерывных и дискретных математических моделей; основные подходы к построению непрерывных и дискретных математических моделей и математические средства моделирования  Уметь: строить математические модели с непрерывной и дискретной зависимостью результата от факторов и компьютерную реализацию математических моделей; анализировать результаты, полученные на основе математического моделирования.  Владеть: опытом построения непрерывных и дискретных математических моделей и методами их компьютерной реализации; средствами анализа и синтеза результатов непрерывного и дискретного математического моделирования. |

# **4.** **СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ\***

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Номер и наименование тем и/или разделов/тем** | **Содержание дисциплины** | | **Объем дисциплины**  **(академические часы)** | | | | |
| **Контактная работа** | | | | **СРО** |
| **ЗЛТ** | | **ПЗ** | **ЛР** |
| **Раздел I. Предварительная информация** | | | | | | | |
| Тема 1. Элементы функциональных пространств | 1. Линейным вещественным или комплексным пространство 2. Нормированное пространство 3. Метрическое пространство 4. Банахово пространство 5. Евклидовым пространство 6. Гильбертово пространство | | 1 | |  |  | 3 |
| Тема 2. Разложение функции в ряд Фурье | 1. Дельта-функция Дирака 2. Обобщенный ряд Фурье 3. Тригонометрический ряд Фурье | | 1 | | 3 |  | 9 |
| Тема 3. Фурье преобразование | 1. Постановка задачи 2. Симметричное и асимметричное представления преобразования Фурье 3. Частные случаи преобразования Фурье 4. Свойства преобразования Фурье 5. Энергетический спектр и закон сохранения энергии (информации) 6. Преобразование Фурье «неправильных» функций | | 1 | | 1 |  | 5 |
| Тема 4. Дискретное преобразование Фурье | 1. Дискретный сигнал 2. Линейное пространство решетчатых функций 3. Разложение решетчатой функции в ряд Фурье 4. Альтернативные способы записи представления дискретной последовательности рядом Фурье 5. Частота Найквиста и теорема Котельникова | | 1 | | 2 |  | 8 |
| **Раздел II. Математическая модель системы** | | | | | | | |
| Тема 5. Основные понятия | 1. Модель системы 2. Виды математических моделей 3. Оператор модели и ее устойчивость 4. Линейные и нелинейные системы 5. Весовая функция одномерной линейной системы 6. Весовая функция многомерной линейной системы 7. Дифференциальные системы 8. Стационарные системы 9. Передаточная функция стационарной линейной системы 10. Частотная характеристика стационарной линейной системы 11. Линейные дифференциальные системы 12. Весовая функция линейной дифференциальной системы 13. Определение весовой функции на основе сопряженной системы 14. Передаточная функция стационарной линейной системы 15. Составление дифференциального уравнения по передаточной функции | | 1 | | 1 |  | 7 |
| **Раздел III. Математическое моделирование на основе вариационных моделей** | | | | | | | |
| Тема 6. Классическая задача вариационного исчисления | 1. Аналогия между функциями и функционалами. 2. Вариация функционала. 3. Функционал с закрепленными концами. 4. Основная задача вариационного исчисления. 5. Необходимое условие экстремума функционала. 6. Основная лемма вариационного исчисления (лемма Лагранжа). 7. Уравнение Эйлера. 8. Вторая вариация функционала. 9. Достаточное условие экстремума функционала. 10. Условия Лежандра и Якоби. 11. Примеры интегрирования уравнения Эйлера в квадратурах. 12. Функционал, зависящий от нескольких функций. 13. Функционал от функции многих переменных. 14. Функционал, зависящий от функций и их производных высшего порядка. | | 2 | | 3 |  | 13 |
| **Раздел IV. Математическое моделирование на основе дискретных моделей** | | | | | | | |
| Тема 7. Примеры построения дискретных моделей | 1. Динамическая модель Кейнса 2. Модель Самуэльсона –Хикса | | 1 | | 1 |  | 4 |
| Тема 8. Решение дискретных задач с использованием разностных уравнений | 1. Оператор лага и связанные с ним операторы 2. Разностные уравнения 3. Итерационный способ решения разностного уравнения с постоянными коэффициентами 4. Общий метод решения линейного неоднородного разностного уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое и обратное характеристическое уравнения. | | 1 | | 3 |  | 21 |
| Тема 9. z-преобразование | 1. z-преобразование 2. Свойства z-преобразования 3. Применение z-преобразования для решения разностного уравнения | | 1 | | 1 |  | 11 |
| **Раздел V. Математическое моделирование на основе стохастических уравнений** | | | | | | | |
| Тема 10. Введение: случайная величина и система случайных величин | 1. Случайная величина и ее закон распределения 2. Начальные и центральные моменты случайной величины 3. Характеристическая функция случайной величины 4. Кумулянты (семиинварианты) случайной величины 5. Система случайных величин 6. Моменты системы случайных величин 7. Характеристическая функция и кумулянты системы случайных величин 8. Нормальное распределение | | 1 | | 1 |  | 8 |
| Тема 11. Случайная функция и система случайных функций | 1. Случайная функция, закон распределения 2. Моменты стохастического процесса 3. Комплексные случайные функции 4. Статистические операторы 5. Система стохастических процессов 6. Характеристическая функция стохастического процесса 7. Стационарные стохастические процессы 8. Периодически нестационарные стохастические процессы 9. Эргодические процессы 10. Простые стохастические процессы | | 1 | | 1 |  | 8 |
| Тема 12. Исчисление стохастических процессов | 1. Предел случайной последовательности 2. Предел случайной функции 3. Непрерывность случайной функции 4. Дифференцирование случайной функции 5. Интегрирование случайной функции | | 2 | | 1 |  | 11 |
| Тема 13. Спектральный анализ | 1. Дискретный спектр стационарного случайного процесса 2. Спектральная плотность стационарного случайного процесса 3. Взаимный спектральный анализ стационарных СП 4. Спектральный анализ нестационарных СП | | 1 | | 2 |  | 11 |
| Тема 14. Линейные преобразования | 1. Спектральная плотность линейного преобразования стационарного случайного процесса 2. Операция сглаживания как пример линейного преобразования 3. Фильтрация случайного процесса 4. Определение скрытых периодичностей | | 2 | | 3 |  | 11 |
| Тема 15. математические модели стохастических процессов | 1. Броуновское движение 2. Уравнение Ланжевена 3. Дробовой шум 4. Уравнение Смолуховского 5. Уравнения Колмогорова 6. Процессы рождения – гибели | | 1 | | 1 |  | 6 |
| Тема 16. Стохастические дифференциальные уравнения | 1. Стохастическое дифференциальное уравнение. Общие соображения 2. Линейная система под воздействием внешнего возмущения 3. Решение стохастических дифференциальных уравнений: метод малых возмущений 4. Уравнение Фоккера – Планка для функции распределения вероятностей 5. Линеаризация нелинейного уравнения 6. Стохастическая линеаризация 7. Стохастическая линеаризация методом последовательных приближений | | 1 | | 3 |  | 26 |
| Тема 17. Стохастическое интегрирование | 1. Интеграл Ито 2. Интеграл Стратоновича | | 1 | | 1 |  | 6 |
| **Контроль:** | | | | | | | **36** |
| **Всего по дисциплине:** | | **20** | | **28** | | **0** | **168** |

\*ЗЛТ – занятия лекционного типа, ПЗ – все виды занятий семинарского типа, кроме лабораторных работ, ЛР – лабораторные работы, СРО – самостоятельная работа обучающегося

# **5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

## **5.1 Рекомендуемая литература**

|  |  |
| --- | --- |
| **Библиографическое описание издания (автор, заглавие, вид, место и год издания, кол. стр.)** | **Электронные ресурсы** |
| Десницкая, Валентина Николаевна Основы математического анализа : учебное пособие / В.Н.Десницкая, В.Г.Дмитриев, С.В.Петрас ; М-во образования и науки Рос. Федерации, С.-Петерб. гос. экон. ун-т, Каф. высш. математики Санкт-Петербург : Изд-во СПбГЭУ, 2021 | [https://opac.unecon.ru/elibrar ... D0%BB%D0%B8%D0%B7%D0%B0\_21.pdf](https://opac.unecon.ru/elibrary/2015/ucheb/%D0%9E%D1%81%D0%BD%D0%BE%D0%B2%D1%8B%20%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%BE%D0%B3%D0%BE%20%D0%B0%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D0%B8%D0%B7%D0%B0_21.pdf) |
| Заграновская, Анна Васильевна Математические методы и модели в экономике : практикум / А.В.Заграновская ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Санкт-Петербургский гос. экономический ун-т, Кафедра прикладной математики и экономико-математических методов Электрон. текстовые дан. (1 файл : 416 Кб)Санкт-Петербург : Изд-во СПбГЭУ, 2016 | [https://opac.unecon.ru/elibrar ... BE%D0%B4%D0%B5%D0%BB%D0%B8.pdf](https://opac.unecon.ru/elibrary/2015/ucheb/%D0%9C%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B5%20%D0%BC%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B4%D1%8B%20%D0%B8%20%D0%BC%D0%BE%D0%B4%D0%B5%D0%BB%D0%B8.pdf) |

## **5.2 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в т.ч. отечественного производства**

|  |
| --- |
| - 7-Zip |
| - Wolfram Mathematica |
| - Python |
| - LibreOffice |
| - ОС Альт образование 10 |

## **5.3 Перечень информационных справочных систем (ИСС) и современных профессиональных баз данных (СПБД)**

|  |  |
| --- | --- |
| **№** | **Наименование СПБД/ ИСС** |
| 1. | Электронная библиотека Grebennikon.ru – [www.grebennikon.ru](http://www.grebennikon.ru) |
| 2. | Научная электронная библиотека eLIBRARRY – www.elibrary.ru |
| 3. | Научная электронная библиотека КиберЛеника – www.cyberleninka.ru |
| 4. | База данных ПОЛПРЕД Справочники – [www.polpred.com](http://www.polpred.com) |
| 5. | База данных OECD Books, Papers & Statistics на платформе OECD iLibrary  [www.oecd-ilibrary.org](http://www.oecd-ilibrary.org) |
| 6. | Справочная правовая система КонсультантПлюс (инсталлированный ресурс  СПбГЭУ или www.consultant.ru) |
| 7. | Справочная правовая система «ГАРАНТ» (инсталлированный ресурс СПбГЭУ или www.garant.ru) |
| 8. | Информационно-справочная система «Кодекс» (инсталлированный ресурс  СПбГЭУ или www.kodeks.ru) |
| 9. | Электронная библиотечная система BOOK.ru - www.book.ru |
| 10. | Электронная библиотечная система ЭБС ЮРАЙТ – www.urait.ru |
| 11. | Электронно-библиотечная система ЗНАНИУМ (ZNANIUM) – [www.znanium.com](http://www.znanium.com) |
| 12. | Электронная библиотека СПбГЭУ– opac.unecon.ru |

# **6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Для реализации данной дисциплины имеются специальные помещения для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ) групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Помещения оснащены оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

|  |  |
| --- | --- |
| **Наименование учебных аудиторий, перечень** | **Адрес (местоположение) учебных аудиторий** |
| Ауд. 407 Учебная аудитория (для проведения занятий лекционного типа и занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации), оборудована мультимедийным комплексом.Специализированная мебель и оборудование: Учебная мебель на 72 посадочных мест; доска меловая - 1 шт.; тумба - 1 шт.; Компьютер Intel i3 2100 3.1/2Gb/500Gb/LG L 1942 - 1шт., Проектор Мультимедиф Epson EB-X02 - 1 шт., Микшер усилитель Jedia TA-1120 в комплекте - 1 шт., Акустическая система Hi-Fi PRO MASK6T-W - 2 шт., Экран с электроприводом Draper Baronet 183х240 см213/84 - 1 шт. Наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий: мультимедийные приложения к лекционным курсам и практическим занятиям, интерактивные учебно-наглядные пособия. | 196084, г. Санкт-Петербург, Московский пр., д. 103, лит. А, пом. 1Н, 2Н |
| Ауд. 304 Учебная аудитория (для проведения занятий лекционного типа и занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации), оборудована мультимедийным комплексом.Специализированная мебель и оборудование: Учебная мебель на 30 посадочных мест; доска меловая 1 шт.; тумба; Компьютер Intel Core 2 Duo E7300 2.6/2Gb/120Gb/Philips, Акустическая система JBL CONTROL 25 WH (пара колонок) - 1 шт., Микшер-усилитель ТА-1120 - 1 шт., Проектор Acer P1201 1\*1.55\* - 1 шт. Наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий: мультимедийные приложения к лекционным курсам и практическим занятиям, интерактивные учебно-наглядные пособия. | 196084, г. Санкт-Петербург, Московский пр., д. 103, лит. А, пом. 1Н, 2Н |

# **7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

Приступая к изучению дисциплины, обучающемуся необходимо ознакомиться со следующими документами:

* учебно-методической документацией;
* локальными нормативными актами, регламентирующими основные вопросы организации и осуществления образовательной деятельности, в том числе регламентирующие порядок проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся;
* графиком консультаций сотрудников профессорско-преподавательского состава.

Уровень и глубина освоения дисциплины определяются активной и систематической работой обучающихся на лекционных занятиях, занятиях семинарского типа, выполнением самостоятельной работы, в том числе в части выделения наиболее значимых и актуальных проблем для дальнейшего изучения. Особым условием качественного освоения дисциплины является эффективная организация труда, позволяющая распределить учебную нагрузку равномерно в соответствии с графиком учебного процесса.

При подготовке к учебным занятиям обучающимся предоставляется возможность посещения консультаций сотрудников профессорско-преподавательского состава СПбГЭУ согласно расписанию, установленному в графике консультаций.

Аудиторная и внеаудиторная работа обучающихся должна быть направлена на формирование:

* фундаментальных основ мировоззрения обучающихся и естественнонаучного познания;
* базисных знаний, соответствующих направлению подготовки и заявленной профессиональной области, формирующих целевую и профессиональную основу для подготовки кадров;
* профессиональных компетенций ориентированных на удовлетворение потребностей рынка труда;
* индивидуальной траектории посредством освоения уникального набора профессиональных компетенций дополняющих компетентностную модель обучающегося, за счет ориентации на конкретные профессиональные специализированные области знаний, определяемые представителями рынка труда;
* метанавыков обучающихся, таких как: командная работа и лидерство, анализ данных, цифровые навыки, разработка и реализация проектов, межкультурное взаимодействие.

# **8. ОСОБЕННОСТИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ**

Обучение обучающихся с ограниченными возможностями здоровья при необходимости осуществляется на основе адаптированной рабочей программы с использованием специальных методов обучения и дидактических материалов, составленных с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся (обучающегося).

В целях освоения учебной программы дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья Университет обеспечивает:

– для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по зрению: размещение в доступных для обучающихся, являющихся слепыми или слабовидящими, местах и в адаптированной форме справочной информации о расписании учебных занятий; присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь; выпуск альтернативных форматов методических материалов (крупный шрифт или аудиофайлы);

– для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху: надлежащими звуковыми средствами воспроизведение информации;

– для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата: возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, туалетные комнаты и другие помещения кафедры, а также пребывание в указанных помещениях.

Обучающиеся из числа инвалидов и лиц с ОВЗ обеспечены печатными и (или) электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья. Образование обучающихся с ограниченными возможностями здоровья может быть организовано как совместно с другими обучающимися, так и в отдельных группах или в отдельных организациях.

# **ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

## **1.1 Контрольные вопросы и задания к промежуточной аттестации**

1. Линейным вещественным или комплексным пространство.

2. Нормированное пространство.

3. Метрическое пространство.

4. Банахово пространство.

5. Евклидовым пространство.

6. Гильбертово пространство.

7. 2.1. Дельта-функция.

8. Линейное, евклидово, нормированное, унитарное, метрическое, гильбертово пространство.

9. Представление функции обобщенным рядом Фурье.

10. Полная система функций, замкнутая система функций.

11. Неравенство и тождество Бесселя.

12. Сходимость ряда Фурье.

13. Тождество Парсеваля.

14. Представление функции тригонометрическим рядом Фурье на интервале (–π,π). Теорема Ляпунова.

15. Условия Дирихле. Теорема Дирихле о поточечной сходимости.

16. Представление функции тригонометрическим рядом Фурье на интервалах (0, π), (-L,L), (0,L).

17. Экспоненциальная форма ряда Фурье на интервалах (0, π), (–L,L). Частотный, амплитудный и фазовый дискретные спектры.

18. Эффект Гиббса.

19. Другие системы ортонормированных функций.

20. Прямое и обратное преобразование Фурье. Условие их существования. АЧХ, ФЧХ.

21. Интегральная формула Фурье. Интеграл Фурье. Условия существования интегральной формулы Фурье (теоремы 10–14).

22. Косинус- и синус-преобразования Фурье.

23. Симметричное и асимметричное представление преобразования Фурье.

24. Свойства преобразования Фурье.

25. Преобразование Фурье функций, не удовлетворяющих условия применимости преобразования Фурье.

26. Дискретный сигнал

27. Линейное пространство решетчатых функций

28. Разложение решетчатой функции в ряд Фурье

29. Альтернативные способы записи представления дискретной последовательности рядом Фурье

30. Частота Найквиста и теорема Котельникова

31. Понятие функционала. Вариация аргумента функционала, его непрерывность и линейность. Вариация функционала.

32. Экстремум функционала. Основная задача вариационного исчисления. Необходимое условие экстремума. Функционал с закрепленными концами, его вариация. Основная лемма вариационного исчисления (лемма Лагранжа). Уравнение Эйлера. Экстремаль.

33. Вторая вариация функционала. Связь экстремума функционала с его второй вариацией (необходимое условие экстремума второго рода). Достаточное условие экстремума в виде простого и усиленного условий Лежандра. Достаточное условие экстремума в виде простого и усиленного условий Якоби.

34. Частные случаи интегрируемости уравнения Эйлера в квадратурах: ; ; ; ; : Уравнение Эйлера имеет вид .

35. Модель системы

36. Виды математических моделей

37. Основные характеристики системы (модели)

38. Линейные и нелинейные системы

39. Весовая функция одномерной линейной системы

40. Весовая функция многомерной линейной системы

41. Дифференциальные системы

42. Стационарные системы

43. Передаточная функция стационарной линейной системы

44. Частотная характеристика стационарной линейной системы

45. Линейные дифференциальные системы

46. Весовая функция линейной системы

47. Передаточная функция стационарной линейной системы

48. Составление дифференциального уравнения по передаточной функции

49. Общая форма стохастической дифференциальной системы

50. Линейная стохастическая дифференциальная система

51. Линейная система с параметрическими шумами

52. Система, приводимая к дифференциальной системе

53. Случайная величина и ее закон распределения

54. Начальные и центральные моменты случайной величины

55. Характеристическая функция случайной величины

56. Кумулянты (семиинварианты) случайной величины

57. Система случайных величин

58. Моменты системы случайных величин

59. Характеристическая функция и кумулянты системы случайных величин

60. Нормальное распределение

61. Случайная функция, закон распределения

62. Моменты стохастического процесса

63. Комплексные случайные функции

64. Статистические операторы

65. Система стохастических процессов

66. Характеристическая функция стохастического процесса

67. Стационарные стохастические процессы

68. Периодически нестационарные стохастические процессы

69. Эргодические процессы

70. Простые стохастические процессы

71. Предел случайной последовательности

72. Предел случайной функции

73. Непрерывность случайной функции

74. Дифференцирование случайной функции

75. Интегрирование случайной функции

76. Дискретный спектр стационарного случайного процесса

77. Спектральная плотность стационарного случайного процесса

78. Взаимный спектральный анализ стационарных СП

79. Спектральный анализ нестационарных СП

80. Спектральная плотность линейного преобразования стационарного случайного процесса

81. Операция сглаживания как пример линейного преобразования

82. Фильтрация случайного процесса

83. Определение скрытых периодичностей

84.

85. Броуновское движение

86. Уравнение Ланжевена

87. Дробовой шум

88. Уравнение Смолуховского

89. Уравнение Колмогорова

90. Процессы рождения – гибели

91. Общие соображения

92. Линейная система под воздействием внешнего возмущения

93. Решение стохастических дифференциальных уравнений: метод малых возмущений

94. Уравнение Фоккера – Планка для функции распределения вероятностей.

95. Линеаризация нелинейного уравнения

96. Стохастическая линеаризация

97. Стохастическая линеаризация методом последовательных приближений

## **1.2 Темы письменных работ**

|  |  |
| --- | --- |
|  | Рабочей программой дисциплины не предусмотрено. |

## **1.3 Контрольные точки**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Номер контрольной точки** | **Тип контрольной точки** | **Способ проведения** | **Номера тем** |
| 1 | Защита практикума | письменно | 1-5 |
| 2 | Защита практикума | письменно | 6-17 |
| 3 | Текущий контроль | с помощью технических средств и информационных систем | 11-17 |

## **1.4 Другие объекты оценивания**

|  |  |
| --- | --- |
|  | Рабочей программой дисциплины не предусмотрено. |

## **1.5 Самостоятельная работа обучающегося**

|  |  |
| --- | --- |
| **Наименования самостоятельной работы** | **Номера тем** |
| Выполнение домашних заданий | 1-17 |
| Подготовка к лекционным и практическим занятиям | 1-17 |
| Подготовка к экзамену | 1-17 |

## **1.6** **Шкала оценивания результата**

Шкалы оценивания и процедуры оценивания результатов обучения **по дисциплине** регламентируются Положением о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования и Положением о балльно-рейтинговой системе.

Для оценки сформированности результатов обучения по дисциплине используется **балльно-рейтинговая система успеваемости обучающихся**:

Формой итогового контроля по дисциплине является экзамен (или дифференцированный зачет), итоговая оценка формируется в соответствии со шкалой, приведенной ниже в таблице:

|  |  |
| --- | --- |
| Баллы | Оценка |
| <=54 | неудовлетворительно |
| 55-69 | удовлетворительно |
| 70-84 | хорошо |
| >=85 | отлично |

**Шкала оценивания результата**

|  |  |
| --- | --- |
| 2 (балл до 54) | Демонстрирует непонимание проблемы. Многие требования, предъявляемые к заданию не выполнены.  Демонстрируется первичное восприятие материала. Работа незакончена и /или это плагиат. |
| 3 (балл 55-69) | Демонстрирует частичное понимание проблемы. Большинство требований, предъявляемых, к заданию выполнены.  Владение элементами заданного материала. В основном выполненный материал понятен и носит целостный характер. |
| 4 (балл 70-84) | Демонстрирует значительное понимание проблемы обозначенной дисциплиной. Все требования, предъявляемые к заданию выполнены.  Содержание выполненных заданий раскрыто и рассмотрено с разных точек зрения. |
| 5 (балл 85-100) | Демонстрирует полное понимание проблемы. Все требования, предъявляемые к заданию выполнены.  Продемонстрировано уверенное владение материалом дисциплины. Выполненные задания носят целостных характер, выполнены в полном объеме, структурированы, представлены различные точки зрения, продемонстрирован творческий подход. |